Lista de Exercícios no. 3

Estimação Não-paramétrica

23 de abril de 2007

1. Considere processos discretos $\{u_k\}$ e $\{y_k\}$ relacionados na forma caixa preta, e deseja-se determinar a relação entre eles na forma de resposta ao impulso de um sistema causal, isto é, deseja-se determinar $h(\cdot)$ tal que $y_k = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)u_{k-n}$.

   (a) Obtenha a seguinte relação, enunciando as hipóteses empregadas sobre os processos $\{u_k\}$ e $\{y_k\}$

   $$\begin{bmatrix} R_{uy}(0) \\ R_{uy}(1) \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{uu}(0) & R_{uu}(1) & R_{uu}(2) & \cdots \\ R_{uu}(1) & R_{uu}(0) & R_{uu}(1) & \cdots \\ R_{uu}(2) & R_{uu}(1) & R_{uu}(0) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ h(2) \\ \vdots \end{bmatrix}$$

   onde $R_{uy}(n) = E\{u_{k-n}y_k\}$ e $R_{uu}(n) = E\{u_{k-n}u_k\}$ para todo k inteiro, e estamos supondo que $E\{u_k\} = E\{y_k\} = 0$.

   (b) Introduza as hipóteses extras para fazer o truncamento e estimar h através da relação $\hat{h} = R_{uu}^{-1}R_{uy}$ onde R_{uu} e R_{uy} são respectivamente, matriz e vetor finitos.

   (c) Discuta a aplicabilidade do método acima, lembrando-se que em geral as covariâncias $E\{u_{k-n}y_k\}$ e $E\{u_{k-n}u_k\}$ não são disponíveis.

2. Considere o esquema da página seguinte, no qual o sinal $s(k), 0 \leq k \leq 100$ é afetado pelo sinal de perturbação $v(k), 0 \leq k \leq 100$. Suponha que dispomos de um sensor com função de transferência $G_s(z^{-1})$ para medir a perturbação $e(k)$ que gera $v(k)$. Projete o filtro $G(z^{-1})$ de ordem $N = 4$ para estimar $v(k)$ e portanto, o sinal $s(k)$.

   Dados para simulação:

   $$G_r(z^{-1}) = \frac{1}{1 - 0,7z^{-1}}, \quad G_s(z^{-1}) = \frac{1}{1 + 0,5z^{-1} - 0,36z^{-2}}$$

   Perturbação $e(k)$ ruído branco gaussiano com variância unitária;
   Utilize 101 amostras;
   Adote $s(k) = \cos(0,04\pi k), 0 \leq k \leq 100$.

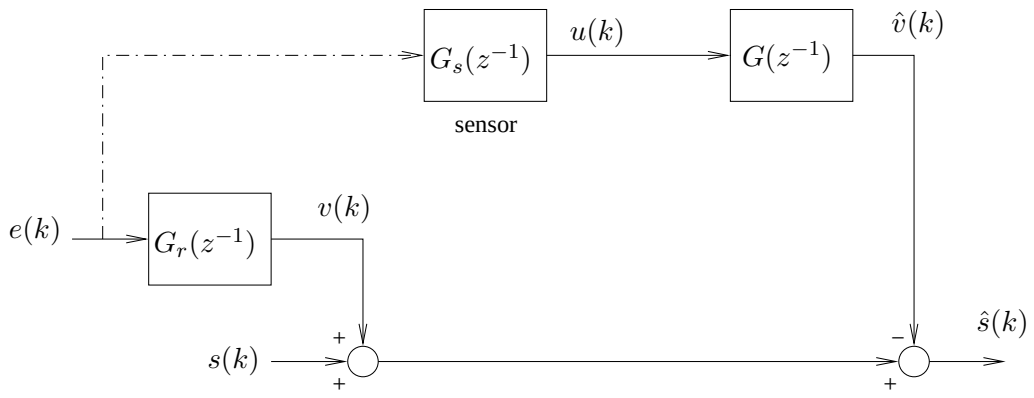

Figura 1: Diagrama Completo

Calcule o erro quadrático médio entre a estimativa $\hat{s}(k)$ e $s(k)$, e avalie se ele é alterado quando $N = 5$ e $N = 6$. Qual valor de dimensão N você adotaria?

3. **Observação:** Para este exercício, faça uso do Simulink e Matlab com "toolbox" de identificação e controle, conforme roteiro detalhado nas transparências.

   Considere um sistema dinâmico linear que se deseja identificar, sujeito a ruído gausssiano colorido. Para isso proponha um sistema dinâmico a tempo contínuo, com os seguintes elementos:

   - a função de tranferência entre a entrada de acionamento e a saída medida;
   - o filtro que "dá cor" a fonte de ruído branco ruído;
   - a potência do ruído e outros parâmetros do gerador de ruído branco (módulo *Band-Limited White Noise* do Simulink);
   - o sinal de entrada de acionamento para o procedimento de identificação (módulo *Signal Builder* do Simulink).

   (a) Obtenha a resposta ao impulso estimada utilizando pelo menos dois métodos distintos dentre as opções: convolução finita, correlações, rotinas `cra.m` ou `impulse.m`;

   (b) Obtenha a resposta em frequência estimada utilizando pelo menos dois métodos distintos dentre as opções: periodograma de Welsh, correlograma, `spa.m` e `etfe.m`;

   (c) Obtenha a representação por funções de base ortonormal da resposta ao impulso, utilizando as bases de Laguerre e Kautz. Utilize o roteiro e os programas Matlab disponíveis na página do curso. Verifique o comportamento da base de Laguerre quando se toma o polo real $p = 0$ e compare com o resultado obtido na estimação da resposta ao impulso;

(d) Compare os resultados obtidos nos itens anteriores com as respectivas respostas do sistema original. Atente ao números de paramêtros necessários na resposta ao impulso e na representação por bases ortonomais.

(e) Procure refazer os experimentos variando alguns parâmetros de definição, tais como

   i. tempo total de simulação;
   ii. sinal de entrada;
   iii. potência (variabilidade) do ruído;
   iv. período de amostragem T_s (mantendo-se a janela de tempo de tamanho $J * T_s$ constante);
   v. parâmetros de uso das rotinas Matlab;

   e relate suas observações.