

## IA-856 Lista de Exercícios no. 2.1

1. Para o sistema descrito pela equação (1) determine o estimador dos MQ de  $a$  e  $b$ .

$$y(t) = a + bt + e(t) \quad (1)$$

Considere que se dispõe das seguintes medidas:

- i)  $y(1), y(2), \dots, y(n)$ .
- ii)  $y(-n), y(-n+1), \dots, y(n)$ .
- iii) Suponha que para o caso (i), o parâmetro  $a$  é estimado como

$$\hat{a} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y(t)$$

Estime o parâmetro  $b$  utilizando o método dos mínimos quadrados, e compare com o estimador obtido no item (i).

Sugestão:

$$\sum_{t=1}^n t = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{t=1}^n t^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. Seja  $x$  uma variável aleatória uniformemente distribuída com função densidade de probabilidade dada por

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{fora.} \end{cases}$$

- i) Qual é o melhor valor estimado da variável aleatória  $X$ , se nenhuma outra informação está disponível.
- ii) Assuma que a variável aleatória é medida com erro, isto é,  $Y = X + V$ , onde  $V$  é uma variável aleatória distribuída uniformemente e independente da variável aleatória  $X$  com

$$p_V(v) = \begin{cases} 1/2r & |v| < r, 0 < r \leq 1/2, \\ 0 & \text{fora} \end{cases}$$

Calcule o estimador de Bayes de risco quadrático mínimo.

- 3. Provar as propriedades da Seção 2.4.3 (p. 17 do Capítulo 2).
- 4. Provar as propriedades da Seção 2.5 (p. 24 do Capítulo 2).
- 5. Obter as equações do estimador de mínimos quadrados recursivos, com fator de esquecimento exponencial.