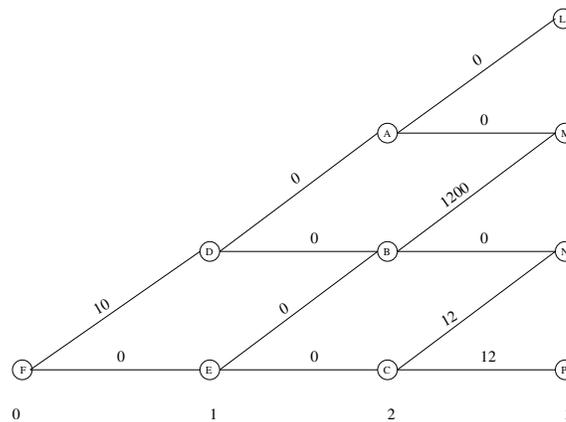


EXERCÍCIOS DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

E1- Deseja-se partir do ponto F e chegar em um dos pontos finais: L, M, N ou P com o menor custo, conforme os dados de custos do diagrama abaixo.



Suponha os seguinte modelos de transição:

1. As transições são deterministicamente comandadas, isto é ao se adotar um caminho como decisão, este caminho será seguido.
2. As transições são estocásticas, isto é adotando-se um caminho como decisão existe a probabilidade $p = 3/4$ do caminho correto ser utilizado, e com $q = 1 - p = 1/4$ o caminho errado ser percorrido. Para o caso estocástico analise as seguintes políticas:
 - (a) política em malha aberta: a seqüência completa de ações é tomada a priori;
 - (b) política em malha fechada: as ações são tomadas seqüencialmente, observando-se o estado atual.

E2- PROBLEMA DE OPERAÇÃO DE PRODUÇÃO E ESTOQUE. Considere o seguinte sistema de produção e estoque:

- Os clientes podem chegar ao máximo um a cada estágio de tempo com prob. α , isto é:
 - prob.(novo cliente no estágio k) = α ,
 - prob.(não haver novo cliente no estágio k) = $1 - \alpha$,
 - prob.(mais de um novo cliente no estágio k) = 0.

Cada cliente requisita um número ℓ de itens com prob. p_ℓ , $\ell = 0, \dots, L$ (com prob. p_0 o cliente nada leva)

- Os itens produzidos e não vendidos são agregados ao estoque e incorrem em um custo de estocagem por unidade de tempo (estágio) de acordo com uma função de custo $c(n)$, de forma que

$$c(n) = \begin{cases} \text{custo de estoque,} & \text{se } 0 < n \leq N \\ \text{penalização/custo de compra,} & \text{se } -L \leq n < 0 \end{cases}$$

- Um item é produzido por estágio, com custo unitário γ , até que se atinja o nível N . O custo de operação do sistema por estágio é assim

$$c(n) + \gamma, \text{ para } -L \leq n \leq N$$

- Caso não haja itens suficientes em estoque, o cliente leva o que estiver disponível, e os itens faltantes são adquiridos de terceiros pelo fabricante. A operação nessa condição é penalizada através da função de custo c para $n < 0$ que indica o número de itens não supridos diretamente pelo fabricante.
- A dinâmica do número de itens em estoque/pedidos é dado por:

$$\begin{cases} n_{k+1} = n_k - \ell_k, & \text{para } n_k = N \\ n_{k+1} = n_k + 1 - \ell_k, & \text{para } 0 \leq n_k < N \\ n_{k+1} = -\ell_k, & \text{para } -L \leq n_k < 0 \end{cases}$$

- Deseja-se calcular o valor esperado do custo de operação em duas situações:

– em 30 dias na forma

$$E\left[\sum_{k=1}^{30} c(x_k) | x_0 = n\right], \quad n = -L, \dots, N$$

– horizonte infinito com custo descontado na forma

$$E\left[\sum_{k=1}^{\infty} \beta^k c(x_k) | x_0 = n\right], \quad n = -L, \dots, N$$

- Utilize os valores numéricos: $\alpha = \frac{1}{2}$, $\gamma = 0,8$, $N = 6$, $L = 2$, $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$, $\beta = 0,9$ e

$$c(n) = \begin{cases} n^2, & \text{se } n \geq 0 \\ 50n^2, & \text{se } n < 0 \end{cases}$$

Questões:

1. Determine as equações (recursivas ou não) que permitam calcular os custos desejados.
2. (opcional) Faça um programa computacional que resolva este problema.

E-3 PROBLEMA DE CONTROLE DE PRODUÇÃO E ESTOQUE: CUSTO DESCONTADO Considere o exercício E-2 com as seguintes modificações:

- Um ítem é produzido por estágio, caso haja a decisão de produzi-lo, com custo unitário γ . Uma ação admissível u_k a cada instante k deve ser definida, com $u_k = 0$ (não produz) ou $= 1$ (produz) quando $n \geq 0$, ou ainda, quando $n < 0$ quantos itens devem ser adquiridos, na forma:

$$u \in \begin{cases} \{0, 1\}, & \text{se } 0 \leq n < N \\ \{0, 1, \dots, -n\}, & \text{se } -L \leq n < 0 \end{cases}$$

- O custo de operação do sistema por estágio é assim

$$c(n) + \gamma u, \text{ para } -L \leq n \leq N$$

- E a dinâmica do número de itens em estoque/pedidos é dado por:

$$\begin{cases} n_{k+1} = n_k - \ell_k, & \text{para } n_k = N \\ n_{k+1} = n_k + u_k - \ell_k, & \text{para } 0 \leq n_k < N \\ n_{k+1} = \max\{n_k + u_k - \ell_k, -L\}, & \text{para } -L \leq n_k < 0 \end{cases}$$

- Deseja-se minimizar o valor esperado do custo de operação com horizonte infinito com custo descontado na forma

$$E\left[\sum_{k=1}^{\infty} \beta^k c(x_k, u_k) | x_0 = n\right], \quad n = -L, \dots, N$$

Questões:

1. Obtenha a equação de programação dinâmica e justifique a sua validade para o problema.
2. Faça um programa computacional que resolva este problema usando os dois métodos:
 - a) iteração de valor;
 - b) iteração de política.

Dados do problema: os mesmos do exercício anterior.