Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

EA722 - Laboratório de Controle e Servomecanismos

Experiência 6:

Controle Não Co-alocado (*non-collocated*)

8 de dezembro de 2016

Sumário

1 Controle não co-alocado **1**
1.1 Configurações adotadas 2

2 Detalhamento do projeto **6**
2.1 Sistemas: emulador, retilíneo e torcional 6
2.1.1 Procedimento experimental 8
2.2 Sistema: pêndulo invertido 9
2.2.1 Procedimento experimental 12
2.3 Sistema: levitador magnético 13
2.3.1 Detalhamento 13
2.3.2 Procedimento experimental 14

3 Pré-relatório da Experiência 7 **16**

1 Controle não co-alocado

Na Experiência 5 para os sistemas retilíneo e torcional, demonstrou-se que o controle co-alocado é efetivo no controle da posição do primeiro elemento (carro #1 (x_1) ou disco #1 (θ_1)), no qual simultaneamente, se aplica a ação de controle e se toma a medida de posição.

Observou-se que o controlador obtido através desta estratégia apresentava altos ganhos, e numa segunda etapa, quando adotou-se o ponto de vista do controle de posição do segundo elemento (carro #2 (x_2) ou disco #2 (θ_2)), a estratégia de alto ganho mostrou-se inadequada. Basicamente esta introduz oscilações no segundo elemento, e para correção desse efeito, verificou-se que o controle da posição do carro #2 (x_2) ou do disco #2 (θ_2) através apenas da realimentação da variável x_1 (ou θ_1) levava a uma estratégia de baixos ganhos, com o efeito de aumento do tempo de subida e do erro de regime da variável de posição.

Como forma de tentar eliminar as desvantagens acima, nesta experiência realiza-se o chamado *controle não co-alocado* dos sistemas retilíneo, torcional e levitador, e introduz-se esse experimento para o pêndulo invertido e o emulador industrial, utilizando a correia flexível. Medidas da variável de posição do segundo elemento são incorporadas ao sistema de controle, mas mantém-se a atuação localizada junto ao primeiro elemento. O controle neste caso pode ser bem mais complexo e para explorar as alternativas de um projeto aprimorado, utiliza-se a metodologia de ajuste de ganhos pelo Lugar das Raízes (*Root Locus*).

1.1 Configurações adotadas

A configuração adotada para os sistemas são as seguintes:

Emulador: Discos de atuação e de carga conectados: $n_{pd} = 24$ e $n_{pl} = 36$, de tal forma que a relação total de engrenagens será de 4:1,

- 4 massas de 0.5 kg dispostas a 10.0 cm do centro do disco de carga; nenhuma massa sobre o disco de atuação.

A conexão entre o dispositivo SR ('speed reduction') e o disco de carga é feita através de uma *correia flexível* conforme o esboço da Figura 1. A correia incorpora ao sistema efeitos de mola (k) e de amortecimento (c) torcionais, e que dá origem a um sistema de 4a. ordem. Desprezando-se o efeito de amortecimento da correia, as funções de transferências de malha aberta associadas à configuração podem ser escritas como:

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = k_{hw}\frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{\theta_2(s)}{\theta_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

onde θ_1 é o deslocamento angular do disco de atuação, θ_2 é o deslocamento angular do disco de carga, T é o torque aplicado ao disco #1, e

$$N_1(s) = J_\ell s^2 + c_2 s + k, \quad N_2(s) = k/g_r$$
$$D(s) = J_d^* J_\ell s^4 + (c_2 J_d^* + c_1 J_\ell)s^3 + [(J_d^* + J_\ell g_r^{-2})k + c_1 c_2]s^2 + (c_1 + c_2 g_r^{-2})ks.$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

$J_d = 40.7\ 10^{-5}$ kg-m^2	momento de inércia do disco de atuação,
$J_{d\ell} = 62.5\ 10^{-4}$ kg-m^2	momento de inércia do disco de carga,
$m_{w\ell} = 4 \times 0.5$ kg	massa total sobre o disco de carga,
$r_{w\ell} = 0.1$ m	distância das massas ao centro do disco de carga,
$r_{mw} = 0.025$ m	raio das massas sobre o disco de carga,
$J_\ell = J_{d\ell} + m_{w\ell}(r_{w\ell}^2 + r_{mw}^2/2)$	momento de inércia total no disco de carga
$J_p = 7.8\ 10^{-5}$ kg-m^2	momento de inércia do pino SR
$g_r = 4,\ \ g_r' = 2$	relação de velocidades $4:1^\dagger$,
$k = 8.45$ N-rd	constante elástica da correia flexível,
$k_{hw} = 5.76$	ganho de hardware,
$c_1 = 7.38\ 10^{-4},\ \ c_2 = 5.0\ 10^{-2}$ N-m/rad	coeficientes de atrito viscoso nos discos,
$J_d^* = J_d + J_p(g_r')^{-2}$	inércia total no disco de atuação

† obtida com engrenagens com 24 dentes na atuação e 36 dentes na carga.

Note que $T(s)$ é o torque aplicado, mas está expresso em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw}.

Retilíneo A configuração do sistema é a mesma utilizada na Experiência 5: dois carros conectados por uma mola de dureza média, com quatro pesos adicionais de 0.5 kg dispostos sobre cada carro (figura 1) As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

$$\frac{X_1(s)}{F(s)} = k_{hw}\frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)}$$

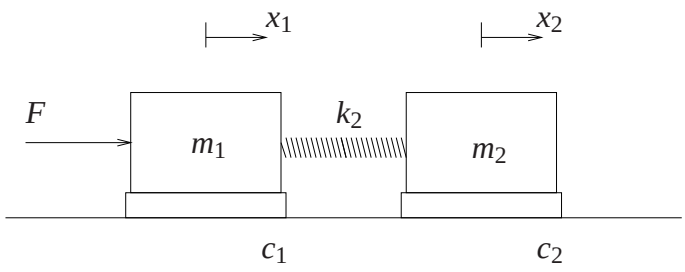

Figura 1: Configuração do sistema.

onde X_1 é o deslocamento linear do carro #1, X_2 é deslocamento linear do carro #2, F é a força aplicada ao carro #1, e

$$N_1(s) = m_2 s^2 + c_2 s + k, \quad N_2(s) = k$$
$$D(s) = m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1)s^3 + [(m_1 + m_2)k + c_1 c_2]s^2 + (c_1 + c_2)ks$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

$m_{c1} = 0.783$ kg, $m_{c2} = 0.582$ kg	massa dos carros,
$m_1 = m_{c1} + 2$, $m_2 = m_{c2} + 2$	(kg)
$c_1 = 3.9$ N/(m/s), $c_2 = 2.36$ N/(m/s)	coeficientes de atrito dos carros,
$k = 338$ N/m	constante de mola,
$k_{hw} = 14732$	ganho de hardware.

Note que $F(s)$ é a força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw}.

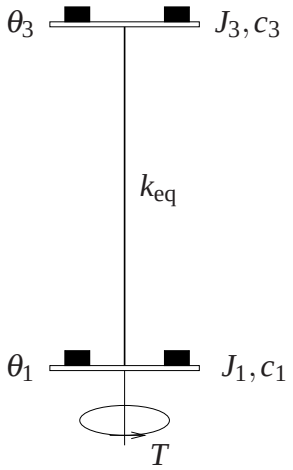

Figura 2: Configuração do sistema.

Torcional A configuração do sistema é a mesma utilizada na Experiência 5: dois discos conectados pela mola torcional, com dois pesos adicionais de 0.5 kg dispostos sobre cada disco (figura 2) As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = k_{hw}\frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{\theta_3(s)}{\theta_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)}$$

onde θ_1 é o deslocamento angular do disco #1, θ_3 é o deslocamento angular do disco #3, T é o torque aplicado ao disco inferior, e

$$N_1(s) = J_3 s^2 + c_3 s + k_{\text{eq}}, \quad N_2(s) = k_{\text{eq}}$$
$$D(s) = J_1 J_3 s^4 + (c_1 J_3 + c_3 J_1)s^3 + [(J_1 + J_3)k_{\text{eq}} + c_1 c_3]s^2 + (c_1 + c_3)k_{\text{eq}} s$$

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

$J_{d1} = 2.38\ 10^{-3}, \quad J_{d3} = 1.84\ 10^{-3}$ kg-m^2	momento de inércia dos discos
$m_w = 1$ kg	massa total sobre os discos,
$r_w = 0.09$ m	distância das massas ao centro dos discos,
$r_{mw} = 0.025$ m	raio das massas sobre os discos,
$J_i = J_{di} + m_w(r_w^2 + r_{mw}^2/2)$	momento de inércia total no discos $i = 1$ ou $i = 3$,
$c_1 = 7.64\ 10^{-3}, \quad c_3 = 1.33\ 10^{-3}$ N-m/rad	coeficientes de atrito viscoso dos discos
$k_{\text{eq}} = 1.37$ N-rad	constante torcional da mola,
$k_{hw} = 17.58$ N-m/rad	ganho de hardware.

Note que $T(s)$ é o torque aplicado, mas está expresso em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{hw}.

Pêndulo invertido Este modelo é obtido diretamente das equações de balanço de forças, que utilizamos de forma ligeiramente diferente. As equações são as seguintes:

$$(m_1 s^2 + c_1 s)X(s) + (m_1 \ell_0 s^2 - m_1 g)\Theta(s) = F(s) \tag{1}$$
$$[J^\star s^2 + c_r s - (m_1 \ell_0 + m_2 \ell_c)g]\Theta(s) + (m_1 \ell_0 s^2 - m_1 g)X(s) = 0$$

vide pag. 54 do Manual [**?**]. Fica a cargo do aluno verificar que as equações linearizadas utilizadas até aqui são equivalentes às equações em (1). Os parâmetros do modelo têm os seguintes valores:

$m_1 = 0,238$ kg	massa da haste deslizante com os pesos circulares,
$m_{2o} = 0,785$ kg	massa da haste principal,
$m_{w2} = 1,0$ kg	massa do contrapeso,
$m_2 = m_{2o} + m_{w2}$	(kg)
$\ell_o = 0,330$ m	distância† do centro de massa da haste deslizante,
$\ell_{co} = 0,071$ m	distância† do centro de massa da haste principal,
$\ell_{w2} = -0,1385$m	distância† do centro de massa do contrapeso $\ell_t = 10$cm (estável),
$= \text{ou } -0,1085$m	distância† do centro de massa do contrapeso $\ell_t = 7$cm (instável),
$\ell_c = (m_{w2}\ell_{w2} + m_{2o}\ell_{co})/m_2$	(m)
$J_0^* = 0,0246$ kg-m^2	momento de inércia do pêndulo (s/ haste deslizante e contrapeso),
$J^* = J_0^* + m_1 \ell_o^2 + m_{w2}\ell_{w2}^2$	momento de inércia total,
$c_r = 0,0144$	(Nms/rd) coeficiente de atrito da haste principal
$k_a = 2546$ counts/rd	ganho do encoder 1,
$k_x = 50200$ counts/m	ganho do encoder 2.

† distâncias orientadas a partir do pivô do pêndulo.

Considere a notação:

$$\begin{aligned} D_x(s) &= m_1 s^2 + c_1 s \\ D_\theta(s) &= J^\star s^2 + c_r s - (m_1\ell_0 + m_2\ell_c)g \\ N_a(s) &= m_1\ell_0 s^2 - m_1 g \end{aligned} \tag{2}$$

De (1) e (2), podemos escrever

$$X(s) = \frac{1}{D_x(s)}(F(s) - N_a(s)\Theta(s)), \quad \Theta(s) = -\frac{N_a(s)}{D_\theta(s)}X(s)$$

Substituindo $\Theta(s)/X(s)$ na primeira equação acima, temos que $(D_x D_\theta - N_a^2)X = D_\theta F$, e assim

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{D_\theta(s)}{D(s)}, \quad \frac{\Theta(s)}{X(s)} = -\frac{N_a(s)}{D_\theta(s)}, \tag{3}$$

$$D(s) = D_x(s)D_\theta(s) - N_a(s)^2. \tag{4}$$

O *controle não co-alocado* baseia-se na existência de uma malha interna de controle PD do deslocamento x_1. O deslocamento x_1 é a variável que exerce a ação sobre a variável de saída θ, por medio da interação entre a haste deslizante e a haste rotacional. Conforme deduzido acima, podemos escrever a função de transferência $\Theta(s)/F(s)$ na forma

$$\frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{N_1(s)}{D(s)} \cdot \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

onde $D(s)$ é dado por (4) e

$$\begin{aligned} N_1(s) &= k_s k_f k_x D_\theta(s) = k_s k_f k_x [J^\star s^2 + c_r s - (m_1\ell_0 + m_2\ell_c)g], \\ N_2(s) &= -k_s k_f k_a N_a(s) = -k_s k_f k_a (m_1\ell_0 s^2 - m_1 g) \end{aligned}$$

de acordo com as expressões (2) e (3). Note que $F(s)$ tem sentido de força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista das constantes k_s, k_f, k_x e k_a.

Levitador Magnético A configuração do sistema é a mesma utilizada na Experiência 5: dois discos magnéticos de mesma massa, posicionados de forma a se repelirem, vide Fig. 3.

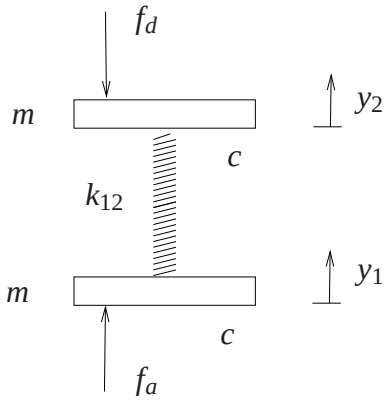

Figura 3: Sistema com dois graus de liberdade e compensação da força do atuador.

As funções de transferência de malha aberta associadas à configuração são as seguintes:

$$\frac{Y_1(s)}{F(s)} = k_{\text{sys}} \frac{N_1(s)}{D(s)}, \qquad \frac{Y_2(s)}{Y_1(s)} = \frac{N_2(s)}{N_1(s)}$$

onde Y_1 é o deslocamento linear do disco #1, Y_2 é deslocamento linear do disco #2, F é a força aplicada ao disco #1, e onde

$$\begin{aligned} N_1(s) &= ms^2 + cs + k_{12}, \quad N_2(s) = k_{12} \\ D(s) &= m^2 s^4 + 2cms^3 + (2mk_{12} + c^2)s^2 + 2ck_{12}s. \end{aligned}$$

Note que $F(s)$ tem sentido de força aplicada, mas está expressa em unidades apropriadas ao uso no ECP, em vista da constante k_{sys}.

Os parâmetros acima com os correspondentes valores numéricos são dados:

$m = 0,123$ kg	massa dos discos,
$c = 0,075$ N/(m/s)	coeficientes de atrito dos discos,
$k_{12} = 44$ N/m	constante de mola,
$k_{\text{sys}} = 100$	ganho do sistema

2 Detalhamento do projeto

Nota: Os símbolos ⓖ , ⓣ , ⓓ e ⓢ indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

2.1 Sistemas: emulador, retilíneo e torcional

Verifica-se pela descrição acima das configurações adotadas, que os tres sistemas são análogos, isto é, tem funções de transferências exatamente com o mesmo número de pólos e zeros e poderiam ter comportamento idêntico caso os parâmetros envolvidos pudessem ser escolhidos de forma a se obter os mesmos polinômios. Assim, para o fim de descrição do projeto, podemos escolher um deles ao acaso.

O controle não co-alocado baseia-se na existência de uma malha interna responsável pelo controle da variável x_1 (ou θ_1) e o ajuste do amortecimento do sistema controlado. De fato, é possível reescrever a função de transferência entre x_2 e a força f na forma

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = k_{hw} \frac{N_1(s)}{D(s)} \frac{N_2(s)}{N_1(s)},$$

o que permite a adoção do esquema de controle representado na figura 4.

O projeto do sistema de controle em malha fechada representado na figura 4 já descrito no pré-relatório, será realizado da seguinte maneira:

a. Calcula-se inicialmente o ganho k_v, utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) da malha interna, de modo que o amortecimento dos pólos em malha fechada de $X_1(s)/R^*(s)$ seja o maior possível;

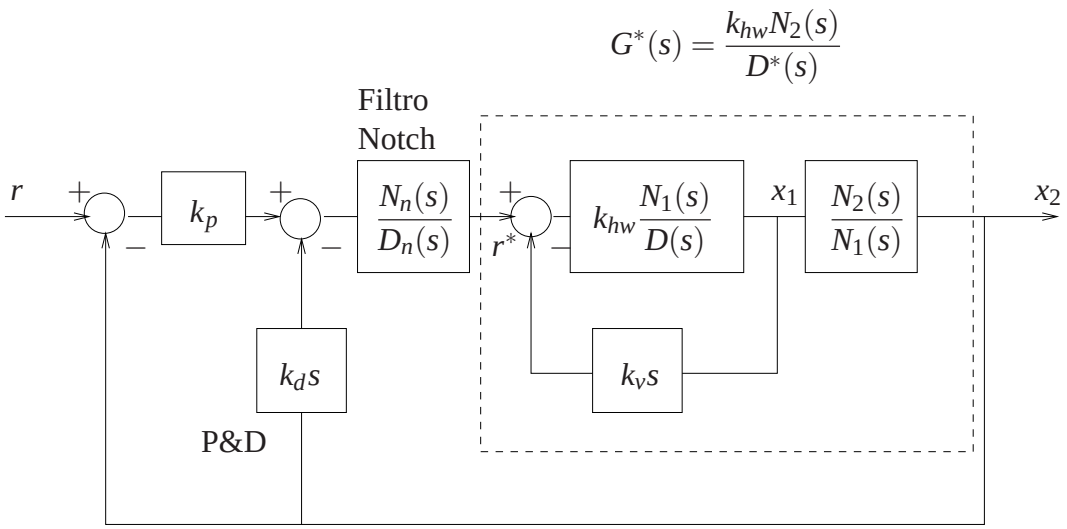

Figura 4: Diagrama para controle não co-alocado.

b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na figura 4;

c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:

1. os dois zeros do filtro cancelem dois pólos de $G^*(s)$ (tipicamente pólos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas.

2. o filtro possua dois pares de pólos complexos conjugados de freqüência natural f_{n1} e f_{n2} (Hz), e $\xi = \sqrt{2}/2$ para ambos os pares[1];

3. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário;

d. Os parâmetros do controlador P&D devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, adotando-se o critério de máximo amortecimento para os pólos dominantes em malha fechada.

e. A implementação do filtro *notch* e controlador P&D será realizada utilizando a forma geral **General Form** do software do ECP, com a utilização dos polinômios $t(s)$, $s(s)$ e $r(s)$.

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle não co-alocado. Adote os mesmos valores numéricos utilizados na Experiência 5.

Projeto da realimentação do carro 1 (ou disco 1):

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos Ⓢ :

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $X_1(s)/R^*(s)$ (ou $\theta_1(s)/R^*(s)$),

2. Determine através do lugar das raízes *root locus* Ⓖ o valor de k_v que forneça o máximo amortecimento,

3. Implemente k_v e determine os pólos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione os pólos complexos conjugados desta f.t., denominando-os p_1 e p_2.

[1] Valores emulador: $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 8$ (Hz); retilíneo: $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 8$ (Hz); torcional $f_{n1} = 5$ e $f_{n2} = 11$ (Hz).

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro notch cujos os zeros sejam p_1 e p_2, e os pólos especificados no ítem c,
2. Associe $G^*(s)$ em cascata ao filtro projetado.

Projeto do controlador P&D:

1. Determine através do lugar das raízes ⓖ o valor do ganho k_d de forma a se obter o máximo amortecimento para os pólos dominantes da função de transferência da saída $x_2(t)$,
2. Implemente o valor de k_d e determine através do lugar das raízes ⓖ o valor do ganho k_p que tenha o mínimo *tempo de estabelecimento*.

Implementação no software ECP:

O diagrama da figura 4 não pode ser implementado diretamente nesta forma. Mostre através de operações algébricas no diagrama de blocos, que o diagrama da figura 5 abaixo é equivalente ao da figura 4. Com essa modificação o controlador P&D mais filtro notch serão implementados na malha do *loop 1*.

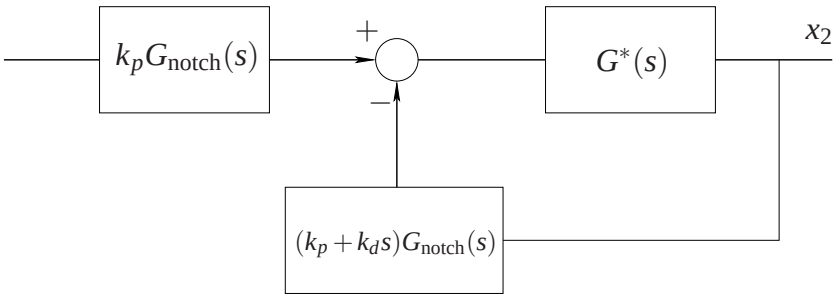

Figura 5: Representação do filtro *notch* + P&D implementado na malha do *loop 1*.

O bloco correspondente a $k_p G_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $t(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). O bloco $(k_p + k_d s) G_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $s(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). Denotando-se respectivamente o numerador e o denominador do filtro *notch* por $n_2 s^2 + n_1 s + n_0$ e $s^4 + d_3 s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0$, temos as seguintes relações entre os coeficientes dos polinômios (implemente essas relações no script):

$$\begin{aligned} t_0 &= n_0 k_p & s_0 &= n_0 k_p & r_0 &= d_0 \\ t_1 &= n_1 k_p & s_1 &= n_0 k_d + n_1 k_p & r_1 &= d_1 \\ t_2 &= n_2 k_p & s_2 &= n_1 k_d + n_2 k_p & r_2 &= d_2 \\ & & s_3 &= n_2 k_d & r_3 &= d_3 \\ & & & & r_4 &= 1 \end{aligned} \tag{5}$$

2.1.1 Procedimento experimental

O procedimento deve ser seguido para os sistemas: emulador, retilíneo e torcional. O roteiro faz referência ao “elemento #1”, ao invés de carro #1 (ou disco #1), bem como usa “elemento #2”da mesma forma.

Importante: No emulador industrial, evitar tensionar demais a correia flexível ao posicioná-la no equipamento.

1. Calcule o ganho k_v, os parâmetros do filtro notch e do controlador P&D conforme descrito na seção anterior;

2. Implemente o ganho k_v como o coeficiente $f1$ da opção **General Form** usando **Ts=0.002652 s**. Antes de deixar a caixa de diálogo e implementar o controlador, certifique-se de selecionar **Encoder #1** para a realimentação do **Loop #3** e **Encoder #2** ou **Encoder #3** (dependendo do equipamento), para a realimentação do **Loop #1**;

3. Implemente o filtro notch e o controlador P&D na **General Form** conforme o entendimento do diagrama da figura 5 e das identidades apresentadas em (5), com os valores calculados dos coeficientes t_0, t_1, t_2, s_0, s_1, s_2, s_3 e r_0, r_1, r_2, r_3, r_4. Mantenha o polinômio $r(s)$ mônico ($r_4 = 1$) e nulo os coeficientes de maior ordem destes polinômios. Tome cuidado de nunca exceder os valores $k_p = 0.1$ e $k_d = 0.02$. Implemente o controlador e excite manualmente o modo oscilatório do sistema através do elemento #2 e observe o amortecimento introduzido pela realimentação de velocidade. Observe o desempenho do sistema para entradas em degrau de amplitude **6000 counts**, dwell time **1500 ms**, e entradas em rampa.

4. Tente fazer um ajuste dos parâmetros do controlador P&D iterativamente verificando se é possível melhorar o comportamento obtido do projeto analítico, sempre utilizando as identidades obtidas em (5)

5. Grave algumas respostas ao degrau ⓖ e a rampa ⓖ e comente sobre os resultados obtidos no experimento ⓣ .

6. Desloque os dois elementos manualmente e note a servo-rigidez estática relativa do elemento #2 sob a ação do controlador. Sendo G_1 a f.t. em malha aberta entre a entrada de distúrbio (f_d) e a saída (x_2) e G_2 as demais f.t.'s do loop de realimentação agrupadas, lembre-se que a servo-rigidez estática é definida por

$$\text{S-RE} = \left(\frac{X_2(s)}{F_d(s)}\right)^{-1}\Bigg|_{s=0} = \left(\frac{G_1(0)}{1+G_1(0)G_2(0)}\right)^{-1}$$

   Importante: No emulador industrial, retire a correia flexível das polias ao término da experiência para evitar danos por tensionamento;

2.2 Sistema: pêndulo invertido

O projeto de controle em malha fechado apresentado na Fig. 6 já descrito no pré-relatório será realizado da seguinte maneira:

a. O controlador PD da malha interna tem a forma $G_{pd}(s) = k_{p1}(1+\tau s)$, com $\tau = 0,0319$, isto é, o zero do controlador PD é fixo[2] Calcula-se inicialmente o ganho k_{p1} do controlador PD interno, utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) de modo a estabilizar a malha interna;

[2] O valor de τ escolhido corresponde aproxidamamente ao valor k_d/k_p para o ajuste de comportamento criticamente amortecido da haste deslizante adotado nos experimentos anteriores.

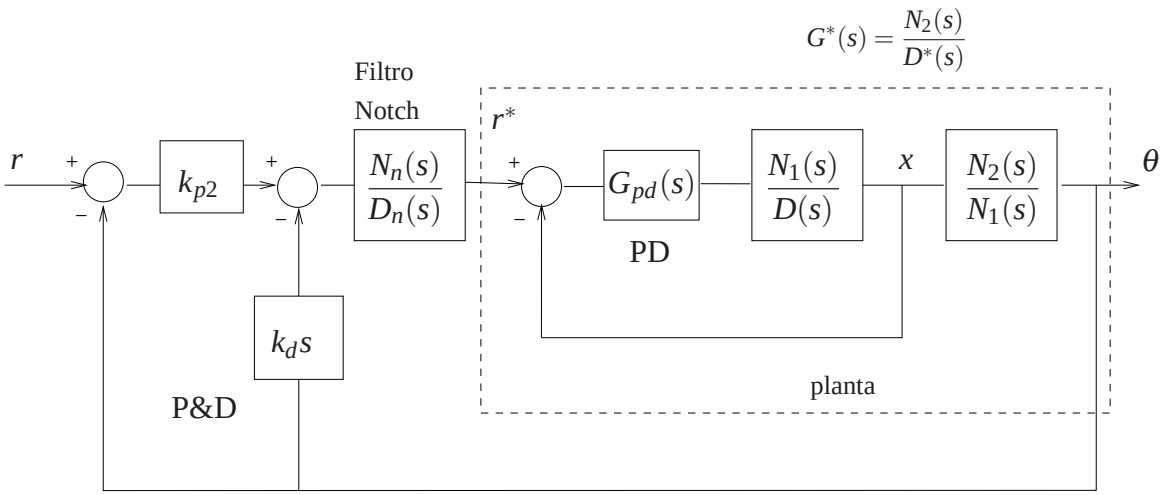

Figura 6: Diagrama para o controle não co-alocado.

b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na Fig. 6;

c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:

1. um zero do filtro cancele o pólo dominante. Caso os pólos dominantes sejam complexos conjugados, adote o zero negativo e igual ao módulo desses.

2. dois outros zeros do filtro cancelem dois pólos de $G^*(s)$ (tipicamente pólos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas com parte imaginária grande.

3. o filtro possua dois pares de pólos reais parametrizados por $f_{n1} = 5$Hz e $f_{n2} = 11$Hz (freqüência natural) respectivamente, e $\xi = 2$ (fator de amortecimento) para ambos os pares.

4. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário;

d. Os parâmetros do controlador P&D da malha externa devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, por tentativas.

e. A implementação do filtro *notch* e controlador P&D será realizada utilizando a forma geral **General Form** do software do ECP, com a utilização dos polinômios $t(s)$, $s(s)$ e $r(s)$.

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle não co-alocado. Adote os mesmos valores numéricos utilizados nas experiências anteriores.

Projeto da realimentação da haste deslizante:

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos:

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $X(s)/R^*(s)$,

2. Determine através do lugar das raízes *root locus* o valor de k_{p1} do controlador PD interno, de modo a estabilizar essa malha, fazendo que os pólos dominantes sejam rápidos, porém reais,

3. Implemente k_{p1} e determine os pólos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione o pólo dominante p_1e os pólos complexos conjugados desta f.t. com parte imaginária grande, denominando-os p_2 e p_3.

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro notch cujos os zeros sejam p_1, p_2 e p_3, e os pólos especificados no ítem c,
2. Associe $G^*(s)$ ao filtro projetado.

Projeto do controlador P&D:

1. Determine através do lugar das raízes o valor do ganho k_d de forma que a parte imaginária dos pólos que caminham para o semi-plano direito seja ligeiramente superior à parte real desses pólos.
2. Implemente o valor de k_d, e determine através do lugar das raízes o valor do ganho k_{p2} utilizando o mesmo critério para o ajuste do ganho k_d descrito no item anterior.
3. Utilize a resposta ao degrau do sistema em malha fechada com $\theta(t)$ como saída, como critério para verificação da adequação do ajuste.

Implementação no software ECP:

O diagrama da Fig. 6 não pode ser implementado diretamente nesta forma. Mostre através de operações algébricas no diagrama de blocos, que o diagrama abaixo é equivalente ao da Fig. 6. Com essa modificação o controlador P&D mais filtro notch serão implementados na malha do *loop 1*.

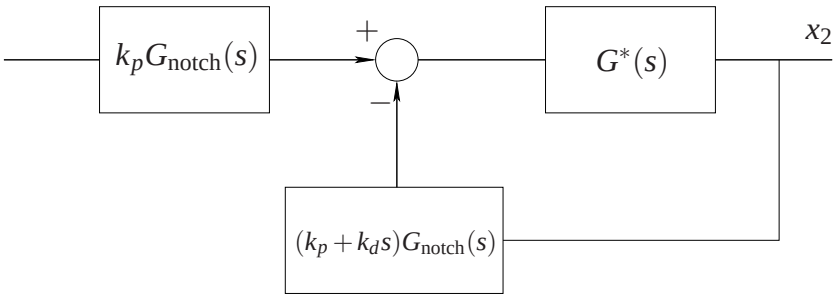

Figura 7: Representação do filtro *notch* + P&D implementado na malha do *loop 1*.

O bloco correspondente a $k_pG_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $t(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). O bloco $(k_p+k_ds)G_{\text{notch}}(s)$ é implementado através dos polinômios $s(s)$ (numerador) e $r(s)$ (denominador). Denotando-se respectivamente o numerador e o denominador do filtro *notch* por $n_3s^3+n_2s^2+n_1s+n_0$ e $s^4+d_3s^3+d_2s^2+d_1s+d_0$, temos as

seguintes relações entre os coeficientes dos polinômios:

$$
\begin{array}{lll}
t_0 = n_0 k_p & s_0 = n_0 k_p & r_0 = d_0 \\
t_1 = n_1 k_p & s_1 = n_0 k_d + n_1 k_p & r_1 = d_1 \\
t_2 = n_2 k_p & s_2 = n_1 k_d + n_2 k_p & r_2 = d_2 \\
t_3 = n_3 k_p & s_3 = n_2 k_d + n_3 k_p & r_3 = d_3 \\
 & s_4 = n_3 k_d & r_4 = 1
\end{array} \tag{6}
$$

2.2.1 Procedimento experimental

1. Calcule o ganho k_{p1}, os parâmetros do filtro notch e do controlador P&D conforme descrito na seção anterior;

2. Implemente o ganho k_{p1} como o coeficiente $e0$ e o ganho $k_{p1}\tau$ como o coeficiente $e1$ da opção **General Form** usando **Ts=0.001768 s**. Certifique-se que a malha de realimentação da haste deslizante está fechada, fazendo $i0 = 1$, e selecione **Encoder #1** para a realimentação do **Loop #1** e **Encoder #2** para a realimentação do **Loop #2**;

3. Implemente o filtro notch e o controlador P&D na **General Form** conforme o entendimento do diagrama da figura 7 e das identidades apresentadas em (6), com os valores calculados dos coeficientes t_0, t_1, t_2, t_3, s_0, s_1, s_2, s_3, s_4 e r_0, r_1, r_2, r_3, r_4. Mantenha o polinômio $r(s)$ mônico ($r_4 = 1$) e nulo os coeficientes de maior ordem destes polinômios;

4. Faça a coleta de dados de **Encoder #1**, **Encoder #2** e **Commanded Position** através do menu **Set-up Data Acquisition** a cada dois períodos de amostragem. No menu **Command**, selecione **Trajectory-Step-Set-up**. selecione **Closed Loop Step** e atribua amplitude de **500 counts**, duração de **2500 ms** e **1** repetição. Retorne ao **Background Screen** clicando **OK** sucessivamente. O controlador está agora em posição de comandar um degrau de 500 counts ($\approx$ 11 graus) para frente e para trás com *dweel time* de 2.5 s;

5. Volte à caixa de diálogo **Control Algorithm** e selecione **Implement Algorithm**. Se o pêndulo reagir violentamente, você pode ter implementado um controlador instável ou atribuído valores incorretos aos coeficientes do algoritmo de controle. Neste caso, refaça os passos anteriores;

6. Selecione **Execute** no menu **Command** e, mantendo-se afastado do mecanismo acione **Run**. Deve-se observar um deslocamento rápido de pêndulo;

7. Plote (exporte) **Encoder #1**. Observe o movimento inicial do pêndulo contrário à posição comandada, característico de *sistemas de fase não-mínima*.

8. Tente fazer um ajuste dos parâmetros do controlador P&D iterativamente verificando se é possível melhorar o comportamento obtido do projeto analítico, sempre utilizando as identidades obtidas em (6);

9. Grave algumas respostas ao degrau e comente sobre os resultados obtidos no experimento.

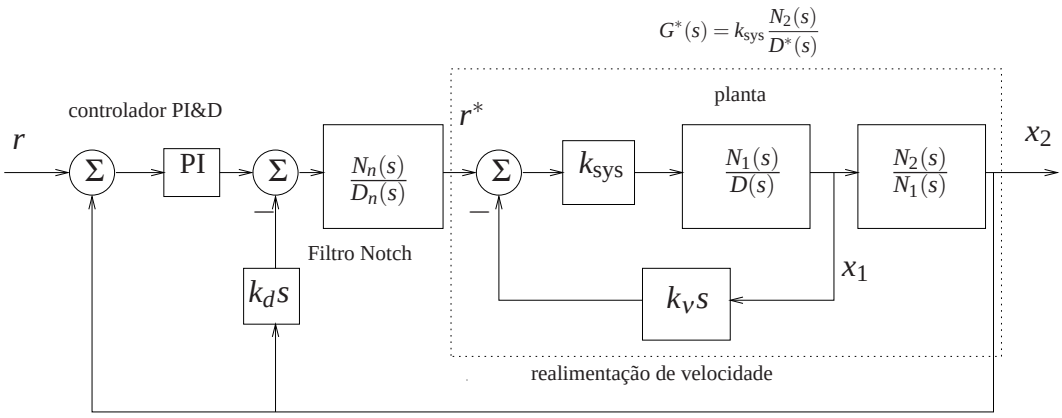

Figura 8: Diagrama para o controle não co-alocado.

2.3 Sistema: levitador magnético

Adotaremos o esquema de controle representado na Fig. 8 e a determinação dos controladores será feito da seguinte maneira:

a. Calcula-se inicialmente o ganho k_v, utilizando-se o lugar das raízes (*root locus*) da malha interna, de modo que ele tenha o maior valor possível tal que o amortecimento dos pólos em malha fechada de $Y_1(s)/R^*(s)$ tenha valor 0,2;

b. Obtém-se a função de transferência $G^*(s)$, representada pela linha pontilhada na Fig. 8;

c. Calculam-se os parâmetros do filtro *notch* $N_n(s)/D_n(s)$ de modo que:

   1. os dois zeros do filtro cancelem dois pólos de $G^*(s)$ (tipicamente pólos pouco amortecidos), isto é, raízes de $D^*(s)$ complexas conjugadas.

   2. o filtro possua um par de pólos complexos conjugados de freqüência natural $f_n = 8$Hz e $\xi = \sqrt{2}/2$.

   3. o coeficiente do termo de maior grau do polinômio $D_n(s)$ deve ser 1 (polinômio *mônico*) e o ganho estático (DC) da função de transferência do filtro deve ser unitário. Considere assim a seguinte representação para o filtro notch a ser utilizado.

$$G_{\text{notch}}(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

   Então $a_0 = b_0$;

d. Os parametro do controlador PI&D devem ser obtidos com o auxílio do diagrama do lugar das raízes, adotando-se os critérios especificados na seção Detalhamento.

2.3.1 Detalhamento

Considere os passos a seguir para a realização do projeto do controle não-co-alocado. Adote os mesmos valores numéricos utilizados na Experiência 5.

Projeto da realimentação do disco 1:

Escreva um programa Matlab para executar os seguintes passos:

1. Implemente as funções de transferências da planta utilizando os valores numéricos para definir $Y_1(s)/R^*(s)$,
2. Determine através do lugar das raízes *root locus* o valor de k_v de acordo com o especificado no item a,
3. Implemente k_v e determine os pólos da função de transferência interna $G^*(s)$. Selecione os pólos complexos conjugados desta f.t., denominando-os p_1 e p_2.

Projeto do filtro notch:

1. Projete o filtro notch cujos os zeros sejam p_1 e p_2, e os pólos especificados no ítem c,
2. Associe $G^*(s)$ ao filtro projetado.

Projeto do controlador PI&D:

1. Determine o ganho k_d de forma que os polos dominantes apresentem freqüência natural em torno de 50 rd/s e fator de amortecimento 0,56;
2. A parte PI do controlador tem a seguinte função de transferência:

$$G_{PI}(s) = k_p\left(1+\frac{1}{\tau s}\right)$$

   Assumindo que $\tau = 1,5$, a determinação do ganho k_p deve ser obtido com o auxílio do diagrama do lugar das raízes *root locus*, adotando-se o critério de amortecimento em torno de $0,6$ e freqüência natural em torno de 40 rd/s;

2.3.2 Procedimento experimental

1. Verifique se o sistema está de acordo com a configuração descrita nesta apostila, isto é, operando com dois discos;

Inicialização do Levitador

Este procedimento se refere ao experimento com dois discos magnéticos montados.

(a) No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo `Cal.cfg` que se encontra na pasta da sua turma. Entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\mathbf{sqrt}(Y_{raw}) + g + h * Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compensation**.

(b) Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e verifique se **Ts=0.001768s**. Carregue o algoritmo `Cal_2d.alg` que se encontra na pasta da sua turma através da opção **Load from disk**. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de aproximadamente $1,0$ [cm] mantendo-se nesta posição;

(c) Verifique se o **Sensor 1 Pos** está indicando o valor de 10000 $\pm$500 [counts]. Caso isso não ocorra, entre no menu **Setup**, **Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** e ajuste o termo g da calibração para que a leitura do **Sensor 1 Pos** no fundo de tela seja próximo 10000 [counts];

(d) Idem para o **Sensor 2 Pos**, calibrando-o para 54000 ± 500 [counts];

(e) Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #2 only**; depois plote as variáveis **Commanded Position**, **Variable Q10** e **Variable Q13**. Verifique se a trajetória das variáveis Q10 e Q13 apresentam pelo menos duas oscilações acima do valor de regime. Caso isso não ocorra, solicite a presença do professor.

Após a conclusão deste procedimento, clique no botão **Abort Control** no fundo de tela.

2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Para realização dos ensaios carregue o algorítmo `exp6.alg` que se encontra na pasta da sua turma, através da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir os valores calculados de k_v, k_p e k_d e o filtro notch no programa, de acordo com a convenção de parâmetros utilizada;

3. Através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, ajuste a coleta dos dados de **Command Position**, incluindo também a coleta das seguintes variáveis:

   - posição y_1 relativa ao ponto de equilíbrio inicial. No programa é a variável `delta_y1`;
   - esforço incremental de controle. No programa é a variável `delta_u`;
   - posição y_2 relativa ao ponto de equilíbrio inicial. No programa é a variável `delta_y2`.

   Para isto, verifique no programa se estas variáveis estão associadas as variáveis de saídas `q10,q11,q12` ou `q13`, e ajuste no menu **Data** a coleta de dados das variáveis correspondentes. Especifique uma amostragem de dados a cada 5 ciclos;

4. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** counts, dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;

5. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois plote (armazene) os resultados experimentais obtidos;

6. Tente fazer um ajuste do controlador PI&D iterativamente, verificando se é possível melhorar o desempenho obtido no projeto analítico;

7. Plote (exporte) a melhor resposta ao degrau obtida para os discos #1 e #2;

8. Entre no menu **Command** vá para **Trajectory #2** e selecione **Impulse**. Ajuste um impulso com **Amplitude = 20000 counts**, **Pulse Width = 1000 ms**, **Dwell Time =1000 ms** e **2** repetições; selecione **Unidirectional Move Only**. Vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **0** counts, **Dwell Time= 2000 ms** e **1** (uma) repetição.

9. Na opção **Command**, menu **Execute**, selecione **Execute Trajectory #1 first then Trajectory #2 with delay**, e faça esse atraso ser de **500 ms**. Em seguida execute com o botão **Run**. Plote (exporte) os resultados e observe o resultado da perturbação em cada disco;

10. Desloque os dois elementos manualmente e note a servo-rigidez estática relativa do elemento #2 sob a ação do controlador. Sendo G_1 a f.t. em malha aberta entre a entrada de distúrbio (f_d) e a saída (y_2) e G_2 as demais f.t.'s do loop de realimentação agrupadas, lembre-se que a servo-rigidez estática é definida por

$$\text{S-RE} = \left(\frac{Y_2(s)}{F_d(s)}\right)^{-1}\Bigg|_{s=0} = \left(\frac{G_1(0)}{1+G_1(0)G_2(0)}\right)^{-1}$$

3 Pré-relatório da Experiência 7

1. Obtenha a representação por variáveis de estado do sistema linear ou linearizado, da planta eletromecânica utilizada pelo seu grupo.

2. Utilize a rotina Matlab `ss` para gerar o modelo de estados correspondente. Ele será expresso pelas matrizes A, B, C e D, na forma padrão:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \qquad y = Cx + Du$$

3. Plote a resposta ao degrau das quatro variáveis de estado do sistema.

4. Teste a propriedade de *controlabilidade* do par de matrizes (A, B) utilizando a rotina Matlab `ctrb`.

Referências

[1] P. A. V. Ferreira. Introdução aos sistemas de controle. Notas de aula do Prof. Paulo Valente, FEEC-UNICAMP, 1999, http://www.dt.fee.unicamp.br/~jbosco/ea722/rotaula0.pdf.

[2] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, Upper Saddle River, NJ, 6 edition, 2009.

[3] J. C. Geromel and A. G. B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaios Práticos e Exercícios*. Blucher, São Paulo, SP, 2004.

[4] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 3 edition, 1998.

[5] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 505 – Inverted Pendulum*, 1994.

[6] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 220 – Industrial Emulator/Servo Trainer*, 1995.

[7] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 205/205a – Torsional Control System*, 1997.

[8] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 210/210a – Rectilinear Control System*, 1998.

[9] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System*, 1999.

Roteiro – Correção

Emulador

- Programa matlab ⓢ
- Lugares das raízes: ⓖ ⓖ ⓖ
- Resultados: degrau ⓖ , rampa ⓖ
- Melhorou?
- Comentários: ⓣ

Torcional 1

- Programa matlab ⓢ
- Lugares das raízes: ⓖ ⓖ ⓖ
- Resultados: degrau ⓖ , rampa ⓖ
- Melhorou?
- Comentários: ⓣ

Torcional 2

- Programa matlab ⓢ
- Lugares das raízes: ⓖ ⓖ ⓖ
- Resultados: degrau ⓖ , rampa ⓖ
- Melhorou?
- Comentários: ⓣ

Retilíneo 1

- Programa matlab ⓢ
- Lugares das raízes: ⓖ ⓖ ⓖ
- Resultados: degrau ⓖ , rampa ⓖ
- Melhorou?
- Comentários: ⓣ

Retilíneo 2

- Programa matlab ⓢ
- Lugares das raízes: ⓖ ⓖ ⓖ
- Resultados: degrau ⓖ , rampa ⓖ
- Melhorou?
- Comentários: ⓣ

Emulador

- Programa matlab ⓢ
- Lugares das raízes: ⓖ ⓖ ⓖ
- Resultados: degrau ⓖ , rampa ⓖ
- Melhorou?
- Comentários: ⓣ