

Experiência 4:

Controle PID

8 de dezembro de 2016

Sumário

1 Controladores PI	2
2 Emulador industrial	4
2.1 Controle PI&D do emulador industrial	4
2.1.1 Procedimento experimental - parte 1	5
2.1.2 Procedimento experimental - parte 2	6
2.1.3 Procedimento experimental - parte 3	6
2.2 Pré-relatório da Experiência 5	8
3 Sistema retilíneo	9
3.1 Controle PI&D do sistema retilíneo	9
3.1.1 Procedimento experimental - parte 1	10
3.1.2 Procedimento experimental - parte 2	11
3.1.3 Procedimento experimental - parte 3	11
3.2 Pré-relatório da Experiência 5	12
4 Sistema torcional	14
4.1 Controle PI&D do sistema torcional	14
4.1.1 Procedimento experimental - parte 1	15
4.1.2 Procedimento experimental - parte 2	16
4.1.3 Procedimento experimental - parte 3	16
4.2 Pré-relatório da Experiência 5	17
5 Pêndulo Invertido	19
5.1 Controle PI&D do pêndulo invertido	19
5.1.1 Procedimento experimental - parte 1	20
5.1.2 Procedimento experimental - parte 2	21
5.1.3 Procedimento experimental - parte 3	21
5.2 Pré-relatório da Experiência 5	23
6 O levitador magnético	25
6.1 Controle PI&D do levitador magnético	25
6.2 Procedimento Experimental	27
6.2.1 Procedimento experimental - parte 1	27
6.2.2 Procedimento experimental - parte 2	28
6.3 Pré-relatório da Experiência 5	29

1 Controladores PI

A Experiência 3 demonstrou algumas vantagens do controlador PD, como o controle do amortecimento do sistema. Entretanto, controladores PD não têm efeito sobre o erro de estado estacionário do sistema a menos que o erro seja variante no tempo. Em aplicações onde se deseje anular erros de regime, o emprego de controladores PD pode não ser suficiente e alguma *ação integral* deve ser incorporada ao controlador. O objetivo desta experiência é demonstrar os efeitos da ação integral em termos de resposta transitória (máximo *overshoot*), de regime (erro de estado estacionário) e de resposta em frequência do sistema em malha fechada. Por conveniência, as duas implementações de controladores PID investigadas serão referenciadas como **PID**, se todos os termos do controlador aparecerem no caminho direto do sistema, ou **PI&D**, se o termo derivativo aparecer na realimentação. Convenção semelhante é usada para designar controladores **PD** e **P&D**.

Uma estrutura clássica para o controle em malha fechada de uma planta hipotética $G_p(s)$ através de um controlador **PI**

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s},$$

onde k_p, k_i são os ganhos proporcional e integral, é apresentada na Fig. 1.

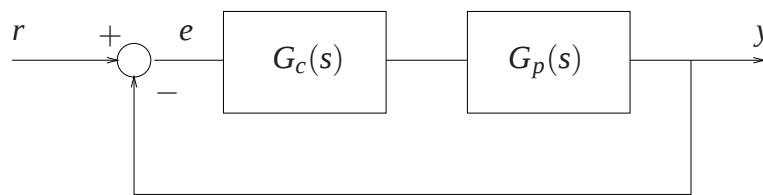


Figura 1: Sistema de controle em malha fechada.

A parte integral do controlador produz um sinal que é proporcional à integral do erro. A função de transferência do caminho direto do sistema de controle é

$$G_c(s)G_p(s) = \frac{k_p s + k_i}{s} G_p(s).$$

Observa-se então que o controlador **PI** adiciona um zero em $s = -k_i/k_p$ e um pólo em $s = 0$. O efeito da ação integral pode ser analisado a partir do cálculo do erro de estado estacionário do sistema através do Teorema do Valor Final.

Exercício 1: Mostre que o erro de estado estacionário do sistema em malha fechada é dado por

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)}. \quad \textcircled{t}$$

Dado um sistema de controle com a estrutura representada na Fig. 1 (realimentação unitária), define-se o **tipo** da função de malha aberta $G_c(s)G_p(s)$ como sendo igual ao número de pólos que $G_c(s)G_p(s)$ apresenta em $s = 0$. Os erros de estados estacionários de um sistema de controle para diferentes tipos de entradas estão diretamente associados ao tipo de $G_c(s)G_p(s)$. Observa-se que se o tipo de $G_c(s)G_p(s)$ for 1, o erro será nulo para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), constante para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$) e infinito para entrada parábola ($R(s) = 1/s^3$).

Se o tipo de $G_c(s)G_p(s)$ for 2, os erros serão nulos para entradas degrau e rampa, constante para entrada parábola e infinito para entradas de maiores tipos. Genericamente, para que um sistema de controle exiba erro nulo para uma entrada de tipo n , o tipo do sistema deve ser no mínimo n . Como o tipo de $G_c(s)G_p(s)$ é igual à soma dos tipos de $G_c(s)$ e $G_p(s)$, se por exemplo a planta for do tipo 1, a introdução do termo integral anula erros de regime para entradas degrau e rampa.

Verificou-se na Experiência 3 que a ação derivativa compensa valores elevados da ação proporcional, reduzindo as oscilações e o máximo *overshoot* do sistema. A ação integral tem efeito contrário, isto é, tende a aumentar o máximo *overshoot* ao reduzir o amortecimento, uma vez que a ação proporcional sofre a adição da integral do erro (especialmente no período transitório) até que o erro se anule. Entretanto, este efeito pode ser contornado reduzindo-se a ação proporcional face a ação integral, ou seja escolhendo-se valores apropriados de k_p e k_i .

As características de resposta em frequência do controlador **PI** mostram que este tipo de controlador é essencialmente um filtro passa-baixa (Fig. 2). De fato, no domínio da frequência,

$$G_c(j\omega) = k_p + \frac{k_i}{j\omega} = \frac{k_i[(k_p/k_i)j\omega + 1]}{j\omega}.$$

A magnitude de $G_c(j\omega)$ em $\omega = \infty$ é de $20\log(k_p)$ dB, o que representa uma atenuação se $k_p < 1$. Esta atenuação pode ajudar a melhorar a estabilidade do sistema. Por outro lado, a fase de $G_c(j\omega)$ é sempre negativa e prejudicial para a estabilidade do sistema. Deve-se portanto posicionar a frequência de corte $\omega = k_i/k_p$ (isto é, escolher k_p, k_i) o mais à esquerda que especificação de largura de banda permitir, de tal maneira a não degradar a margem de fase do sistema compensado.

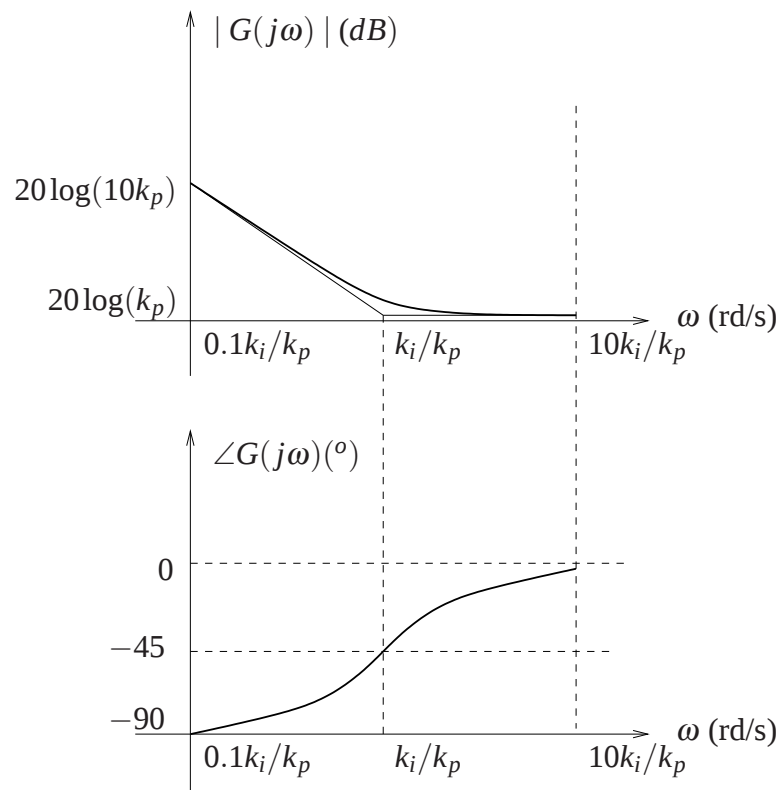


Figura 2: Diagramas de Bode de $G_c(s)$.

2 Emulador industrial

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle PID do emulador industrial serão obtidos com a mesma configuração da Experiência 3:

- Sistema rígido com disco de atuação apenas;
- Correia do disco de atuação ao dispositivo SR desconectada;
- Inércias adicionais sobre o disco de atuação: 4 massas de 0.212 kg dispostas a 5 cm do centro do disco.
O momento de inércia de cada massa adicional é $0.212 * 0.05^2 + \frac{1}{2}0.212 * 0.015^2 = 0.000554 \text{ N-m}$.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* foi obtido na Experiência 3 e é dado por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{Js^2 + c_d s},$$

onde $k_{hw} = 5,767 \text{ N-m/rd}$, $J = J_d + J_w$ e $J_d = 0,000407 \text{ kg-m}^2$ e $c_d = 7,38 \times 10^{-4} \text{ N-m/rad/seg}$.

2.1 Controle PI&D do emulador industrial

O controle **PI&D** do emulador industrial pode ser representado como na Fig. 3. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)(k_p s + k_i)}{s^3 + [(c_d + k_{hw}k_d)s^2 + k_{hw}(k_p s + k_i)]/J}.$$

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores **P&D**, o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)k_p}{s^2 + [(c_d + k_{hw}k_d)s + k_{hw}k_p]/J},$$

e definindo-se

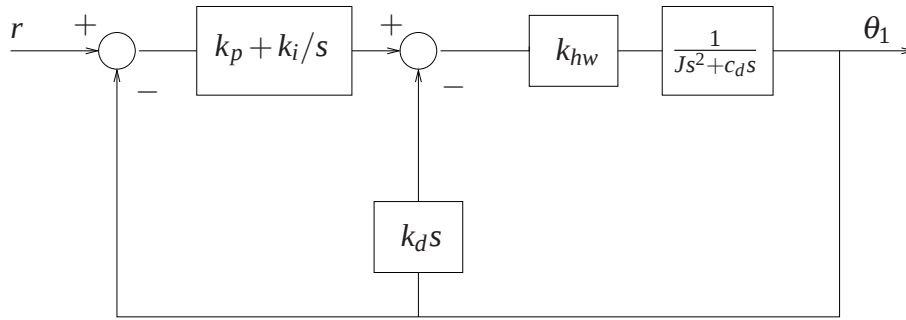
$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_p k_{hw}}{J}}, \quad (1)$$

$$\xi := \frac{c_d + k_{hw}k_d}{2J\omega_n} = \frac{c_d + k_{hw}k_d}{2\sqrt{Jk_{hw}k_p}}, \quad (2)$$

a função de transferência em malha fechada pôde ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig. 3, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica PID, em que todos os termos aparecem no caminho direto.

Figura 3: Controle **PI&D** do sistema.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($k_i = 0$) da Fig. 3 é ①

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(Js^2 + (c_d + k_{hw}k_d)s)}{Js^2 + (c_d + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}},$$

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por ②

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(Js^2 + c_d s)}{Js^2 + (c_d + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}}.$$

Suponha agora que na Fig. 3 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma k_i/s , e na malha interna fosse $k_p + k_d s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ ③, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do PID e PI&D ④.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = k_d/k_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig. 3 for representado como na Fig. 1, então a *planta equivalente* será $G_p(s) = k_{hw}/s(Js + k_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

2.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Seção 2. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração. Ajuste a tampa de acrílico na sua posição original. Restaure as definições e parâmetros do software **ECP Executive** utilizadas na Experiência 3;
2. Inicialmente faça $k_i = 0$ e implemente o controlador com os parâmetros k_p e k_d do controlador **P&D** criticamente amortecido obtido na Experiência 3. Certifique-se de que o erro observado na **Background Screen** é inferior a **20 counts** antes de implementar o controlador (caso contrário, use a opção **Zero Position** do menu **Utility**). Execute um degrau de malha fechada de **2500 counts** e duração de **2000 ms**, com **1** repetição. Exporte e plote (usando o script `plotRawData.m`) a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** ⑤.

3. Calcule k_i tal que $k_i k_{hw} = 5 \text{ N-m/rd-s}$ (t) e repita o ensaio do item 2. Exporte e plote a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** (g). Desloque manualmente o disco por cerca de 5 graus e perceba a força aplicada. (Não trave o disco por mais do que 5 s para evitar o surgimento de um torque excessivo);
4. Aumente k_i por um fator de dois ($k_i \leq 2.0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau (g); depois desloque manualmente o disco como no item anterior, percebendo novamente a força aplicada. Justifique o aumento do torque de compensação com o tempo em termos da ação integral (t). O que acontece quando o disco é liberado? (t)
5. Compare as respostas obtidas nos dois passos acima (respostas ao degrau) com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) (g). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime (t)? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema (t)?
6. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4, e utilize-os para explicar o comportamento observado (t).

2.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442 \text{ s}$, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de k_p e k_d relativos ao caso criticamente amortecido. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 4 ciclos;
8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, com **Distance=8000 counts**, **Velocity=20000 counts/s** e **Dwell Time=400 ms**. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote o **Commanded Position**, **Encoder #1 Position** (g) e **Control Effort** (g);
9. Repita os passos 7 e 8 com $k_i k_{hw} = 3 \text{ N-m/rd-s}$ e usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $k_i = 0$ para obter um controlador **PD** (g), e depois com $k_i k_{hw} = 3 \text{ N-m/rd-s}$, para obter um controlador **PID** (g);
10. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8 e 9. Justifique as diferenças ao se usar k_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária (t). Algum dos casos apresenta *overshoot*? Por quê (t)? Compare e justifique as diferenças de esforço de controle (t).

2.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Nesta terceira parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido inicialmente com a ação derivativa na realimentação (**P&D**) e, em seguida, no caminho direto (**PD**).

11. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442 \text{ s}$, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de k_p e k_d

relativos ao caso sub-amortecido. Faça uma aquisição de dados apenas do **Encoder #1** (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 4 ciclos;

12. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude=500 counts**, **Start Frequency=0.1 Hz**, **End Frequency=10 Hz** e **Sweep Time=60s**, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória e adquira os dados, exporte e plote **Encoder #1 Position** . Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em dB, use o comando `semilogx(w, 20*log10(amp))`.
13. Repita os passos 11 e 12 usando um controlador **PD (PID**, na opção **Setup Control Algorithm**) . Reduza a amplitude da trajetória **Sine Sweep** para **250 counts** para evitar saturação do atuador em altas frequências;
14. Identifique a frequência de ressonância do caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$) . Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 5 Hz) e baixa (< 1 Hz) frequências (dB/dec) e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos .

2.2 Pré-relatório da Experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A **configuração** abaixo será adotada:

- Discos acoplados rigidamente;
- 2 massas de 212 g a 5 cm do centro do disco de atuação;
- 4 massas de 500 g a 10 cm do centro do disco de carga;
- Redução de velocidade de 4.5:1

Calcule o momento de inércia equivalente J refletido no disco de atuação e considere o sistema de controle da Fig. 4, onde $G_c(s)$ representa um controlador a ser utilizado e t_d representa um torque de perturbação. Os valores dos parâmetros J e c_d estão disponíveis no início do roteiro.

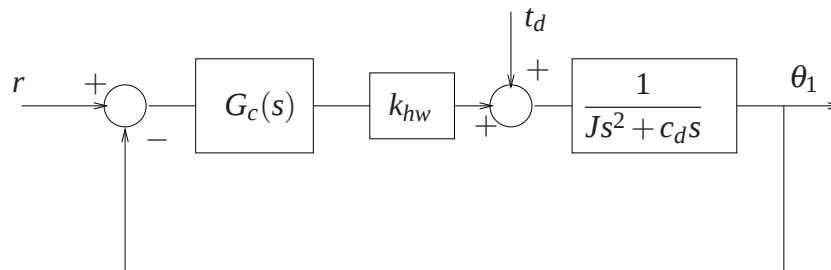


Figura 4: Controle sujeito a perturbações.

Considere as seguintes alternativas para o controlador $G_c(s)$:

- C1:** controlador **PD** de modo que em malha fechada tenha-se $\omega_n = 4\pi$ [rad/s] e $\xi = 0,707$;
- C2:** mesmo controlador do item C1 adicionando-se o efeito integral com $k_i = 1,0$;
- C3:** mesmo controlador do item C1 em série com um filtro *lead*

$$F(s) = \frac{n_0 + n_1s}{d_0 + d_1s}$$

projetado de acordo com as seguintes especificações: zero em $0,4\pi$ [rad/s], polo em 2π [rad/s] e ganho DC igual a 1;

Com o objetivo de analisar a influência do torque de perturbação sobre a saída do sistema, obtenha para cada um dos controladores acima:

1. A função de transferência de malha aberta $k_{hw}G_c(s)P(s)$ e a função de transferência de malha fechada $\frac{\Theta_1(s)}{T_d(s)}$;
2. Os diagramas de Bode de $k_{hw}G_c(s)P(s)$ e $\Theta_1(s)/T_d(s)$.

Análise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores em termos dos seus respectivos diagramas de Bode.

3 Sistema retilíneo

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle PID do sistema retilíneo serão obtidos com a mesma configuração da Experiência 3:

- 4 massas de 500 g sobre o carro #1;
- Molas e amortecedor desconectadas do carro #1.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* foi obtido na Experiência 3 e é dado por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{ms^2 + c_1s},$$

onde $k_{hw} = 14732 \text{ N-m}$, $m = m_1 + m_w$, $m_1 = 0.778 \text{ kg}$ e $c_1 = 2,94 \text{ N/m/seg}$.

3.1 Controle PI&D do sistema retilíneo

O controle em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 5. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m)(k_p s + k_i)}{s^3 + [(c_1 + k_{hw}k_d)s^2 + k_{hw}(k_p s + k_i)]/m}.$$

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores **P&D** ($k_i = 0$), o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m)k_p}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}k_d)s + k_{hw}k_p]/m},$$

e definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_p k_{hw}}{m}}, \quad (3)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2m\omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2\sqrt{mk_p k_{hw}}}, \quad (4)$$

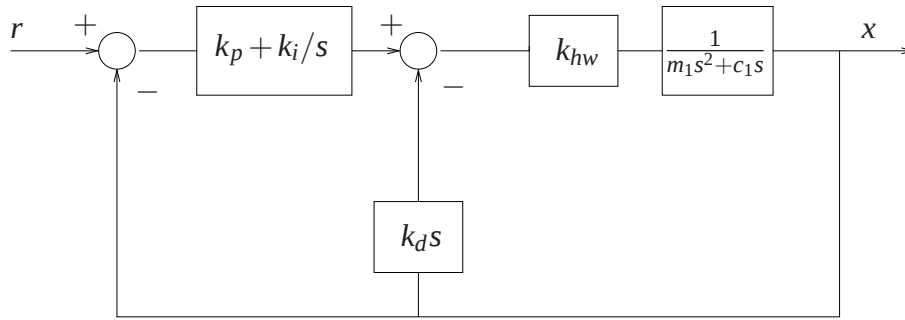
a função de transferência em malha fechada pôde ser colocada na forma padrão

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig. 5, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica em que todos os termos do PID aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($k_i = 0$) da Fig. 5 é

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(ms^2 + (c_1 + k_{hw}k_d)s)}{ms^2 + (c_1 + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}}, \quad \text{t}$$

Figura 5: Controle **PI&D** do sistema.

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(ms^2 + c_1s)}{ms^2 + (c_1 + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}}. \textcircled{t}$$

Suponha agora que na Fig. 5 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma k_i/s , e na malha interna fosse $k_p + k_d s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ $\textcircled{t}$, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do PID e PI&D $\textcircled{t}$.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = k_d/k_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig. 5 for representado como na Fig. 1, então a *planta equivalente* será $G_p(s) = k_{hw}/s(ms + k_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

3.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Seção 3. Certifique-se de que as massas estejam firmemente ajustadas sobre o carro. Restaure as definições e parâmetros do software **ECP Executive** utilizadas na Experiência 3;
2. Inicialmente faça $k_i = 0$ e implemente o controlador com os parâmetros k_p e k_d do controlador **P&D** criticamente amortecido obtido na Experiência 3. Certifique-se de que o erro observado na **Background Screen** é inferior a **20 counts** antes de implementar o controlador. Execute um degrau de malha fechada de **2500 counts** e duração de **2000 ms**, com **1** repetição. Exporte e plote (usando o script `plotRawData.m`) a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** $\textcircled{g}$;
3. Calcule k_i tal que $k_i k_{hw} = 7500$ N/m-s e repita o ensaio do item 2. Exporte e plote a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** $\textcircled{g}$. Desloque manualmente o carro #1 por cerca de 5 mm e perceba a força aplicada (Não trave o carro por mais do que 2 s para evitar o surgimento de uma força excessiva);
4. Aumente k_i por um fator de dois ($k_i < 3.0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau $\textcircled{g}$; depois desloque manualmente o carro como no item anterior,

percebendo a força aplicada. Justifique o aumento da força de compensação com o tempo em termos da ação integral (t). O que acontece quando o carro é liberado? (t)

5. Compare as respostas obtidas nos dois passos acima (respostas ao degrau) com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) (g). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime (t)? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema? (t)
6. Utilizando o comando pzmap do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4, e utilize-os para explicar o comportamento observado (t).

3.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442$ s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** ($k_i = 0$) e os valores de k_p e k_d relativos ao caso criticamente amortecido. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 4 ciclos;
8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, selecionando os valores para **Distance** 2000 counts, **Velocity** 2000 counts/s e **Dwell Time** 100 ms. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote **Commanded Position, Encoder #1 Position** (g) e **Control Effort** (g);
9. Repita os passos 7 e 8 com $k_i k_{hw} = 7500$ N/m-s, usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $k_i = 0$ para obter um **PD** (g), e depois com $k_i k_{hw} = 7500$ N/m-s, para obter um controlador **PID** (g);
10. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8 e 9. Justifique as diferenças ao se usar k_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária (t). Algum dos casos apresenta *overshoot*? Porquê (t)? Compare e justifique as diferenças de esforço de controle (t).

3.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Nesta terceira parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido inicialmente com a ação derivativa na realimentação (**P&D**) e, em seguida, no caminho direto (**PD**).

11. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442$ s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de k_p e k_d relativos ao caso sub-amortecido ($\xi = 0.2$). Faça uma aquisição de dados apenas do **Encoder #1** (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 4 ciclos;
12. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude=400 counts**, **Start Frequency=0.1 Hz**, **End Frequency=20 Hz** e **Sweep Time=60s**, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote

Encoder #1 Position ⑧ . Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em dB, use o comando `semilogx(w, 20*log10(amp))`.

13. Repita os passos 11 e 12 usando um controlador **PD (PID**, na opção **Setup Control Algorithm**) ⑧ . Reduza a amplitude da trajetória **Sine Sweep** para **250 counts** para evitar saturação do atuador em altas frequências;
14. Identifique a frequência de ressonância do caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$) ⑩ . Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 5 Hz) e baixa (< 1 Hz) frequências (dB/dec) e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos ⑩ .

3.2 Pré-relatório da Experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A **configuração** abaixo será adotada:

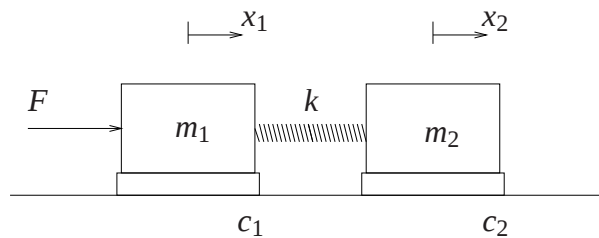


Figura 6: Sistema com dois graus de liberdade.

- Carros #1 e #2 conectados por uma mola de dureza média;
- 4 massas de 500 g sobre os carros #1 e #2;
- Amortecedor desconectado dos carros.

Dados:

$m_{c1} = 0,778$ kg,	$m_{c2} = 0,582$ kg	(massa dos carros)
$m_1 = m_{c1} + 4 \times 0.500$,	$m_2 = m_{c2} + 4 \times 0.500$	(massa total dos carros)
$c_1 = 3,92$ N/(m/s),	$c_2 = 2,36$ N/(m/s)	(coeficientes de atrito dos carros)
$k = 338,6$ N/m		(constante de mola)
$k_{hw} = 14732$		(ganho de hardware)

Considere o sistema de controle da Fig. 7, onde $G_c(s) = k_p + k_d s$ representa o controlador **PD** a ser utilizado, f_d representa uma força de perturbação e

$$N_1(s) = m_2 s^2 + c_2 s + k$$

$$N_2(s) = k$$

$$D(s) = m_1 m_2 s^4 + (c_1 m_2 + c_2 m_1) s^3 + [(m_1 + m_2)k + c_1 c_2] s^2 + (c_1 + c_2) k s.$$

Com o objetivo de analisar a influência da força de perturbação sobre a saída do sistema, considere os seguintes controladores: **PD**₁: $k_p = 1.0$; $k_d = 0.03$ e **PD**₂: $k_p = 0.05$; $k_d = 0.01$.

1. Analise as localização dos pólos das funções de transferência $X_1(s)/R(s)$ e $X_2(s)/R(s)$ produzidas pelos controladores **PD**₁ e **PD**₂. Quais são os pólos dominantes em cada caso ? Analise os comportamentos temporais de x_1 e x_2 para uma entrada degrau;

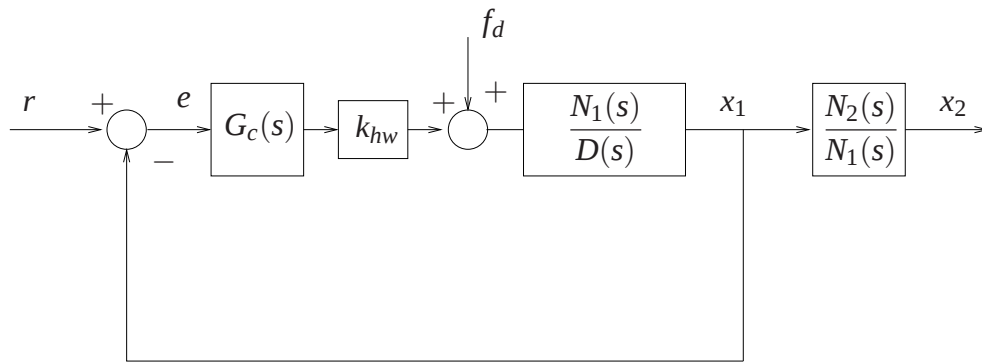


Figura 7: Controle sujeito a perturbações.

2. Obtenha os diagramas de Bode das funções de transferência:

de malha aberta $k_{hw}G_c(s) \cdot \frac{N_1(s)}{D(s)}$; de malha fechada $\frac{X_1(s)}{F_d(s)}$;

3. Analise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores **PD** através de diagramas de Bode.

4 Sistema torcional

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle PID do sistema torcional serão obtidos com a mesma configuração da Experiência 3:

- Discos #2 e #3 removidos;
- Inércias adicionais sobre o disco #1: 2 massas de 0.500 kg dispostas a 9 cm do centro. O momento de inércia de cada massa adicional é $0.5 * 0.09^2 + \frac{1}{2} 0.5 * 0.025^2 = 0.0042 \text{ N-m}$.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* foi obtido na Experiência 3 e é dado por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{Js^2 + c_1s},$$

onde $k_{hw} = 17.58 \text{ N-m/rd}$, $J = J_{d1} + J_w$, $J_{d1} = 0.00238 \text{ kg-m}^2$ e $c_1 = 7,6 \times 10^{-3} \text{ N-m/rad/seg}$.

4.1 Controle PI&D do sistema torcional

O controle em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 8. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)(k_p s + k_i)}{s^3 + [(c_1 + k_{hw}k_d)s^2 + k_{hw}(k_p s + k_i)]/J}.$$

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores **P&D**, o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/J)k_p}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}k_d)s + k_{hw}k_p]/J},$$

e definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_p k_{hw}}{J}}, \quad (5)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2J_1\omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2\sqrt{J_1 k_{hw}k_p}}, \quad (6)$$

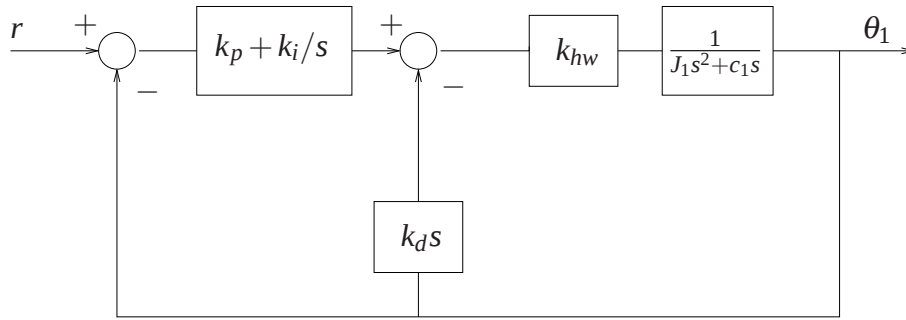
a função de transferência em malha fechada pôde ser colocada na forma padrão

$$\frac{\Theta_1(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig. 8, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica em que todos os termos do PID aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($k_i = 0$) da Fig. 8 é

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(Js^2 + (c_1 + k_{hw}k_d)s)}{Js^2 + (c_1 + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}}, \quad \textcircled{t}$$

Figura 8: Controle **PI&D** do sistema.

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(Js^2 + c_1s)}{Js^2 + (c_1 + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}}. \textcircled{t}$$

Suponha agora que na Fig. 8 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma k_i/s , e na malha interna fosse $k_p + k_d s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ $\textcircled{t}$, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do PID e PI&D $\textcircled{t}$.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = k_d/k_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig. 8 for representado como na Fig. 1, então a *planta equivalente* será $G_p(s) = k_{hw}/s(Js + k_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

4.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Seção 4. Certifique-se de que as massas possuam os valores especificados e estejam firmemente posicionadas nas distâncias estabelecidas na configuração. Restaure as definições e parâmetros do software **ECP Executive** utilizadas na Experiência 3;
2. Inicialmente faça $k_i = 0$ e implemente o controlador com os parâmetros k_p e k_d do controlador **P&D** criticamente amortecido obtido na Experiência 3. Certifique-se de que o erro observado na **Background Screen** é inferior a **20 counts** antes de implementar o controlador (caso contrário, use a opção **Zero Position** do menu **Utility**). Execute um degrau de malha fechada de **2500 counts** e duração de **8000 ms**, com **1** repetição. Exporte e plote a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** $\textcircled{g}$;
3. Calcule k_i tal que $k_i k_{hw} = 3$ N-m/rd-s e repita o ensaio do item $\textcircled{g}$. Exporte e plote a resposta do **Encoder 1** e **Commanded Position** $\textcircled{g}$. Desloque manualmente o disco por cerca de 5 graus e perceba a força aplicada. (Não trave o disco por mais do que 5 s para evitar o surgimento de um torque excessivo);

4. Aumente k_i por um fator de dois ($k_i < 1.0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau (g); depois desloque manualmente o disco como no item anterior e perceba a força aplicada. Justifique o aumento do torque de compensação com o tempo em termos da ação integral (t). O que acontece quando o disco é liberado (t)?
5. Compare as respostas obtidas nos dois passos acima (respostas ao degrau) com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) (g). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime (t)? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema (t)?
6. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4, e utilize-os para explicar o comportamento observado (t).

4.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442$ s, implemente o controlador **P&D** usando a opção **PI with Velocity Feedback** ($k_i = 0$) e os valores de k_p e k_d relativos ao caso criticamente amortecido. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 4 ciclos;
8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, com **Distance=8000 counts**, **Velocity=20000 counts/s** e **Dwell Time=400 ms**. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote **Commanded Position**, **Encoder #1 Position** (g) e **Control Effort** (g);
9. Repita os passos 7 e 8 com $k_i k_{hw} = 3$ N-m/rd-s, usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $k_i = 0$ para obter um controlador **PD** (g), e depois com $k_i k_{hw} = 3$ N-m/rd-s, para obter um controlador **PID** (g);
10. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8 e 9. Justifique as diferenças ao se usar k_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária (t). Algum dos casos apresenta *overshoot*? Porquê (t)? Compare e justifique as diferenças de esforço de controle (t).

4.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Nesta terceira parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido inicialmente com a ação derivativa na realimentação (**P&D**) e, em seguida, no caminho direto (**PD**).

11. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442$ s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de k_p e k_d relativos ao caso sub-amortecido ($\xi = 0.2$). Faça uma aquisição de dados apenas do **Encoder #1** (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 4 ciclos;
12. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude=400 counts**, **Start Frequency=0.1 Hz**, **End Frequency=10 Hz** e **Sweep Time=60s**, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote **Encoder**

#1 Position  . Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em dB, use o comando `semilogx(w, 20*log10(amp))`.

13. Repita os passos 11 e 12 usando um controlador **PD (PID**, na opção **Setup Control Algorithm)**  . Reduza a amplitude da trajetória **Sine Sweep** para **250 counts** para evitar saturação do atuador em altas frequências;
14. Identifique a frequência de ressonância do caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$)  . Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 5 Hz) e baixa (< 1 Hz) frequências (dB/dec) e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos  .

4.2 Pré-relatório da Experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A **configuração** abaixo será adotada:

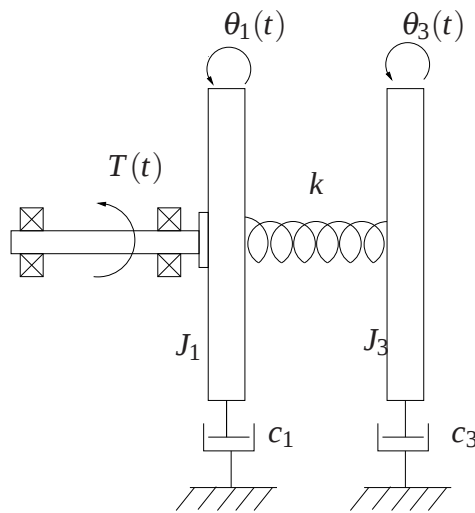


Figura 9: Sistema com dois graus de liberdade.

- Discos #1 e #3 conectados à mola; disco #2 removido;
- 2 massas de 500 g a 9 cm do centro dos discos #1 e #3;

Dados:

$J_{d1} = 0,00238 \text{ kg-m}^2$,	$J_{d3} = 0,00187 \text{ kg-m}^2$	(momento de inércia dos discos)
$J_1 = J_{d1} + 2 \times 0,0042$,	$J_3 = J_{d3} + 2 \times 0,0042$	(momento de inércia total dos discos)
$c_1 = 0,00764 \text{ N-m/rd}$,	$c_3 = 0,00133$	(coeficientes de atrito dos discos)
$k = 1,32 \text{ N/rd}$		(constante de mola equivalente)
$k_{hw} = 17,58$		(ganho de hardware)

Considere o sistema de controle da Fig. 10, onde $G_c(s) = k_p + k_d s$ representa o controlador **PD** a ser utilizado, f_d representa uma força de perturbação e

$$N_1(s) = J_3 s^2 + c_3 s + k$$

$$N_3(s) = k$$

$$D(s) = J_1 J_3 s^4 + (c_1 J_3 + c_3 J_1) s^3 + [(J_1 + J_3)k + c_1 c_3] s^2 + (c_1 + c_3) k s$$

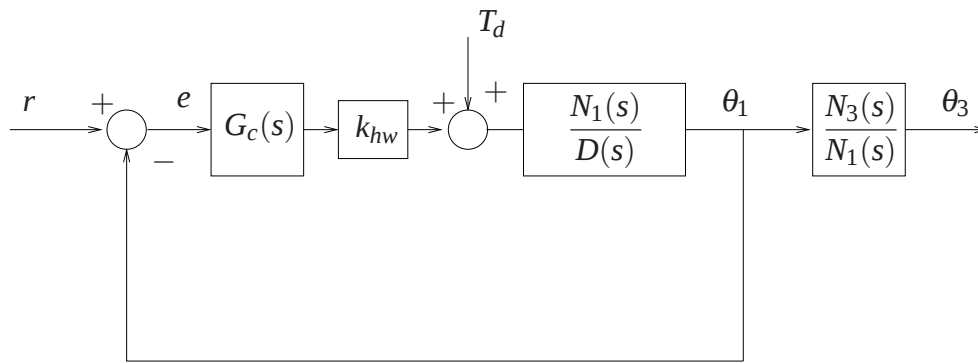


Figura 10: Controle sujeito a perturbações.

Com o objetivo de analisar a influência do torque de perturbação sobre a saída do sistema, considere os seguintes controladores: **PD**₁: $k_p = 1,0$; $k_d = 0,9$ e **PD**₂: $k_p = 0,06$; $k_d = 0,015$.

1. Analise as localização dos pólos das funções de transferência $\Theta_1(s)/R(s)$ e $\Theta_3(s)/R(s)$ produzidas pelos controladores **PD**₁ e **PD**₂. Quais são os pólos dominantes em cada caso? Analise os comportamentos temporais de θ_1 e θ_3 para uma entrada degrau;
2. Obtenha os diagramas de Bode das funções de transferência:
de malha aberta $k_{hw}G_c(s) \cdot \frac{N_1(s)}{D(s)}$; de malha fechada $\frac{\Theta_1(s)}{T_d(s)}$;
3. Analise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores **PD** através de diagramas de Bode.

5 Pêndulo Invertido

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Nesta da experiência, considera-se o controle PI& D da haste deslizante do pêndulo, como na Experiência 3, seção 5.1:

- haste rotacional livre;
- pesos "orelhas" instalados na haste deslizante.

O modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware* é dado por

$$G_p(s) = \frac{k_{hw}}{m^*s^2 + c_1s},$$

onde $k_{hw} = k_s k_f k_x = 2.088,32 \text{ N/m}$, $m^* = m_1 m_2^* / (m_1 + m_2^*) \text{ kg}$, com $m_1 = m_{10} + m_{w1} = 0,2376 \text{ kg}$ e $m_2^* = \bar{J} / \ell_o^2 \text{ kg}$; $\bar{J} = 4,32 \times 10^{-2} \text{ kg-m}^2$ e $\ell_o^2 = 0,33 \text{ m}$.

5.1 Controle PI&D do pêndulo invertido

O controle em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 11. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m^*)(k_p s + k_i)}{s^3 + [(c_1 + k_d k_{hw})s^2 + k_{hw}(k_p s + k_i)]/m^*}.$$

Considerando-se apenas controladores **P&D** ($k_i = 0$), o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{(k_{hw}/m^*)k_p}{s^2 + [(c_1 + k_{hw}k_d)s + k_{hw}k_p]/m^*},$$

e definindo-se

$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_p k_{hw}}{m^*}}, \quad (7)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2m^* \omega_n} = \frac{c_1 + k_{hw}k_d}{2\sqrt{m^* k_{hw} k_p}}, \quad (8)$$

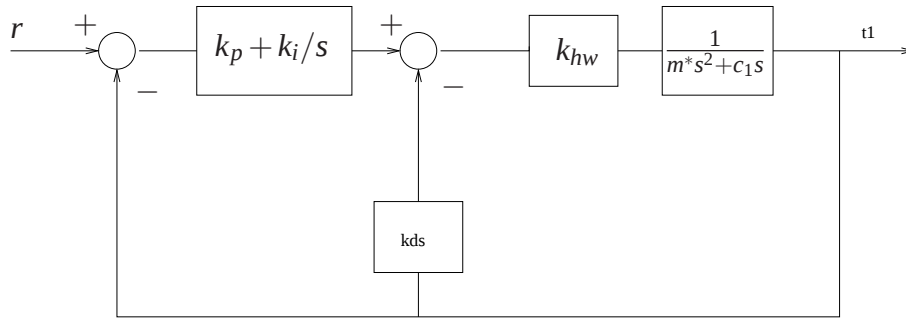
a função de transferência em malha fechada pode ser colocada na forma padrão

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}.$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig. 11, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica em que todos os termos do PID aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($k_i = 0$) da Fig. 11 é

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{(m^*s^2 + (c_1 + k_{hw}k_d)s)R(s)}{m^*s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}}, \quad \text{t}$$

Figura 11: Controle **PI&D** do sistema.

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{(m^*s^2 + c_1s)R(s)}{m^*s^2 + (c_1 + k_d k_{hw})s + k_p k_{hw}}. \textcircled{t}$$

Suponha agora que na Fig. 11 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma k_i/s , e na malha interna fosse $k_p + k_d s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s \textcircled{t}$, e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do PID e PI&D $\textcircled{t}$.

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = k_d/k_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig. 11 for representado como na Fig. 1, então a *planta equivalente* será $G_p(s) = k_{hw}/s(m^*s + k_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

5.1.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Ajuste o equipamento de acordo com a configuração definida no início da Seção 5. Restaure as definições e parâmetros do software **ECP Executive** utilizadas na Experiência 3;
2. Faça $k_i = 0$, implementando o controlador **P&D** criticamente amortecido com $\omega_n = 14\pi$ rd/s. Execute um degrau de malha fechada de **1000 counts** e duração de **2000 ms**, com **1** repetição. Exporte e plote (usando o script `plotRawData.m`) a resposta do **Encoder #2** e **Commanded Position** no eixo esquerdo e **Encoder #1** no eixo direito $\textcircled{g}$;
3. Calcule k_i tal que $k_i k_{hw} = 2.500$ N/m-s. Implemente o controlador com este valor de k_i ($k_i < 1,5$) e os parâmetros k_p e k_d do controlador **P&D** criticamente amortecido com $\omega_n = 14\pi$ rd/s, conforme o pré-relatório desta Experiência. Execute com a entrada em degrau conforme o item anterior e gere um gráfico $\textcircled{g}$.
4. Aumente k_i por um fator de dois ($k_i < 3,0$), implemente o controlador, exporte e plote a resposta ao degrau $\textcircled{g}$. **Atenção:** Gire cuidadosamente o eixo que aciona a haste deslizante por cerca de 5 mm e perceba a força aplicada. (Não trave a posição da haste por mais do que 2 s para evitar o surgimento de uma força excessiva). Justifique o aumento da força de compensação com o tempo em termos da ação integral $\textcircled{t}$. O que acontece quando a haste é liberada $\textcircled{t}$?

5. Compare as respostas obtidas nos dois passos 3 e 4 com a resposta obtida pelo controlador **P&D** criticamente amortecido (gráficos na mesma figura) (g). Qual o efeito da ação integral sobre o erro de regime (t)? Como a ação integral afeta o máximo *overshoot* do sistema (t)?
6. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens 2, 3 e 4 (t).

5.1.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de rastreamento da entrada de diferentes controladores.

7. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442$ s, implemente um controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** ($k_i = 0$) e os valores de k_p e k_d calculados agora para o caso criticamente amortecido com $\omega_n = 14\pi$ rad/s. Faça uma aquisição de dados (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 2 ciclos;
8. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo rampa, selecionando os valores para **Distance** 1500 counts, **Velocity** 2000 counts/s e **Dwell Time** 100 ms e **1 Repetição**. Marque **Unidirectional Move**. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote **Commanded Position, Encoder #2 Position** (g) e **Control Effort** (g);
9. Repita os passos 7 e 8 agora para o controlador **PI&D** com $k_i k_{hw} = 2.500$ N/m-s (g).
10. Repita os passos 7 e 8 usando **PID** na opção **Setup Control Algorithm**, primeiro com $k_i = 0$ para obter um **PD** (g), e depois com $k_i k_{hw} = 2.500$ N/m-s, para obter um controlador **PID** (g).
11. Compare os erros para a entrada rampa obtidos nos passos 8, 9 e 10. Justifique as diferenças ao se usar k_d no caminho direto e na realimentação em termos do erro de estado estacionário teórico para uma entrada rampa unitária, notando que $k_{hw} k_d \gg c_1$ (t). Compare e justifique as diferenças de esforço de controle (t).

5.1.3 Procedimento experimental - parte 3

Nesta terceira parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido inicialmente com a ação derivativa na realimentação (**P&D**) e, em seguida, no caminho direto (**PD**).

12. Ajuste o equipamento como nas seções anteriores. Usando $T_s=0.00442$ s, implemente o controlador **P&D** com a opção **PI with Velocity Feedback** e os valores de k_p e k_d relativos ao caso sub-amortecido $\xi = 0,2$ e $\omega_n = 14\pi$ rad/s. Faça uma aquisição de dados dos **Encoders #1 e #2** (**Setup Data Acquisition** no menu **Data**) a cada 4 ciclos;
13. Ajuste o sinal **Trajectory** como sendo do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude=200 counts**, **Start Frequency=1 Hz**, **End Frequency=10 Hz** e **Sweep Time=80s**, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote **Encoder #2 Position** (g). Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em dB, use o comando `semilogx(w, 20*log10(amp))`.

14. Repita os passos 11 e 12 usando um controlador **PD** (PID, na opção **Setup Control Algorithm**);
15. Identifique a frequência de ressonância do caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$). Identifique as inclinações das curvas de magnitude de alta (> 8 Hz) e baixa (< 2 Hz) frequências (dB/dec) e compare-as com as esperadas teoricamente, utilizando os diagramas de Bode assintóticos.

5.2 Pré-relatório da Experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência:

1. Simule através de MATLAB/Simulink o controle PD da posição linear da haste, com a haste rotacional livre, como descrito na seção 5.2 da Experiência 3. Compare e comente os resultados da simulação com os obtidos experimentalmente;
2. Considere agora o sistema de controle da malha externa do pêndulo em unidades de counts, como ilustrado na Fig. 12.

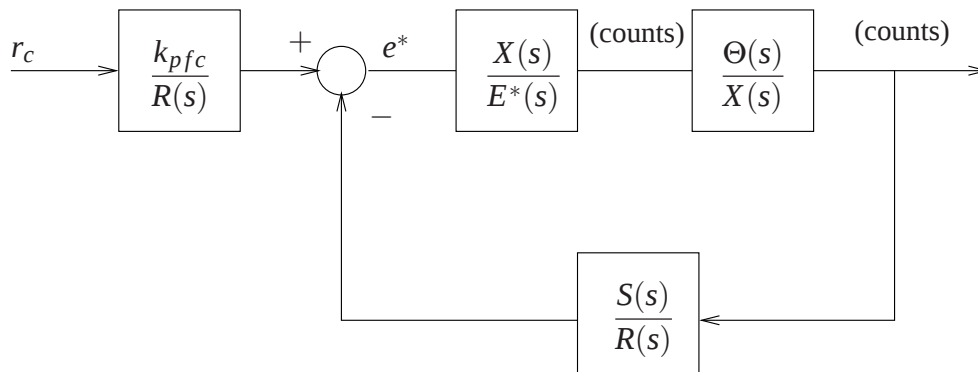


Figura 12: Controle da malha externa do pêndulo.

Na Fig. 12, as quantidades θ , x e r_c (referência) estão representadas em counts: $\theta = k_a \theta_{rd}$, onde $k_a = 2.546$ counts/radianos é o fator de escala da posição angular do pêndulo; $x = k_x x_m$, onde $k_x = 50.200$ counts/metros é o fator de escala da posição linear da haste.

Ainda com relação à Fig. 12, k_{pfc} é o ganho do pré-filtro em counts e os polinômios $S(s)$ e $R(s)$ (não confundir com a referência do sistema) devem ser determinados para posicionar os pólos do sistema em malha fechada adequadamente. Observe que $\frac{X(s)}{E^*(s)}$ representa a função de transferência de malha fechada dada por,

$$\frac{X(s)}{E^*(s)} = \frac{(k_{hw}/m^*)(k_p s + k_i)}{s^3 + [(c_1 + k_{hw}k_d)s^2 + k_{hw}(k_p s + k_i)]/m^*}. \quad (9)$$

relativa ao controle da posição linear da haste deslizante, vide a seção 5.3 da Experiência 3.

Nas questões formuladas a seguir, considere os valores de k_p e k_d que produzem amortecimento crítico da resposta de malha fechada, com $\omega_n = 20\pi$ rd/s.

- Analise os diagramas de Bode da função de transferência $\frac{X(s)}{E^*(s)}$ em malha fechada dada em (9), na faixa de 0 a 10 Hz. A partir dos diagramas, procure justificar a escolha de uma resposta criticamente amortecida para a posição da haste;
- Mostre que malha externa na Fig. 12 envolve agora o controle da planta

$$\frac{\Theta(s)}{E^*(s)} = \frac{X(s)}{E^*(s)} \frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{\Theta(s)}{X(s)}$$

isto é tomou-se $\frac{X(s)}{E^*(s)} \approx 1$. Explique com base no item anterior, porque é possível utilizar essa aproximação.

- A partir das equações linearizadas para o pêndulo obtém-se a função de transferência

$$\frac{\Theta(s)}{X(s)} = \frac{k_a m_1 \ell_o}{k_x J^*} \frac{-s^2 + g/\ell_o}{s^2 + [c_r - (m_1 \ell_o + m_2 \ell_c)g]/J^*} := k^* \frac{N_{ax}(s)}{D_{ax}(s)}.$$

Suponha que a equação característica do sistema em malha fechada deva ser igual a um polinômio $D_{cl}(s)$, cujas raízes são os pólos desejados para o sistema de malha fechada, isto é,

$$D_{ax}(s)R(s) + k^* N_{ax}(s)S(s) = D_{cl}(s). \quad (10)$$

- Obviamente, a equação polinomial (10) pode ser resolvida definindo-se $S(s) = s_0 + s_1 s$ e $R(s) = r_0 + r_1 s$, desenvolvendo os produtos de polinômios e igualando os coeficientes de mesma potência. Entretanto, este procedimento pode torna-se trabalhoso mesmo para polinômios de ordens relativamente baixas. Sabe-se que esse tipo de equação pode ser representada por sistemas de equações lineares através da chamada *matriz de Sylvester*. No caso específico em questão, o sistema de equações assume a forma

$$\begin{bmatrix} d_0 & n_0 & 0 & 0 \\ d_1 & n_1 & d_0 & n_0 \\ d_2 & n_2 & d_1 & n_1 \\ 0 & 0 & d_2 & n_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ s_0 \\ r_1 \\ s_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

onde d_i e n_i , $i = 0, 1, 2$ são os coeficientes dos polinômios $D_{ax}(s)$ e $k^* N_{ax}(s)$ e f_i , $i = 0, 1, 2, 3$ são os coeficientes do polinômio $D_{cl}(s)$, em ordem crescente de potências de s .

- Determine $S(s) = s_0 + s_1 s$ e $R(s) = r_0 + r_1 s$ que forneçam

$$D_{cl}(s) = (s + \pi + j\pi)(s + \pi - j\pi)(s + 3\pi).$$

Para as duas configurações do pêndulo:

1. **estável** – o contra-peso do pêndulo colocado a uma distância do pivot de $\ell_t = 10$ cm (o que corresponde ao centro de massa $\ell_{w2} = -0,1385$ m);
2. **instável** – o contra-peso do pêndulo colocado a uma distância do pivot de $\ell_t = 7$ cm ($\ell_{w2} = -0,1085$ m).

Utilizam-se os pesos “orelhas” da haste deslizante.

6 O levitador magnético

Nota: Os símbolos , ,  e  indicam a necessidade de produção de um gráfico, desenvolvimento teórico, diagrama simulink e script matlab, respectivamente.

Os resultados experimentais envolvendo controle P&D do sistema levitador serão obtidos para o sistema configurado com apenas um disco magnético. O diagramas de bloco da Fig. 13 ilustra a forma resultante da função de transferência, quando as compensações do medidor e da força magnética são implementadas por software.

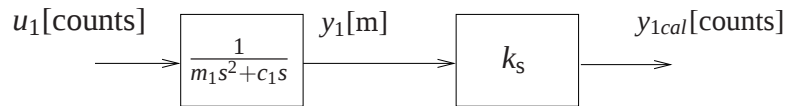


Figura 13: Diagrama final para o Levitador Magnético para o caso SISO #1.

Assim, obtém-se o modelo dinâmico da planta incorporando o ganho de *hardware*, isto é,

$$G_p(s) = \frac{k_s}{m_1 s^2 + c_1 s},$$

referente à configuração com compensação descrita acima, com $k_s = 100$, $m_1 = 0,123$ kg e $c_1 = 0,4078$ N/m/seg.

6.1 Controle PI&D do levitador magnético

O controle em malha fechada do sistema pode ser representado como na Fig. 14. A função de transferência de malha fechada é

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(k_s/m_1)(k_p s + k_i)}{s^3 + [(c_1 + k_s k_d)s^2 + k_s(k_p s + k_i)]/m_1}.$$

Na Experiência 3, considerou-se apenas controladores **P&D** ($k_i = 0$), o que reduziu o sistema em malha fechada a

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{(k_s/m_1)k_p}{s^2 + [(c_1 + k_s k_d)s + k_s k_p]/m_1},$$

e definindo-se

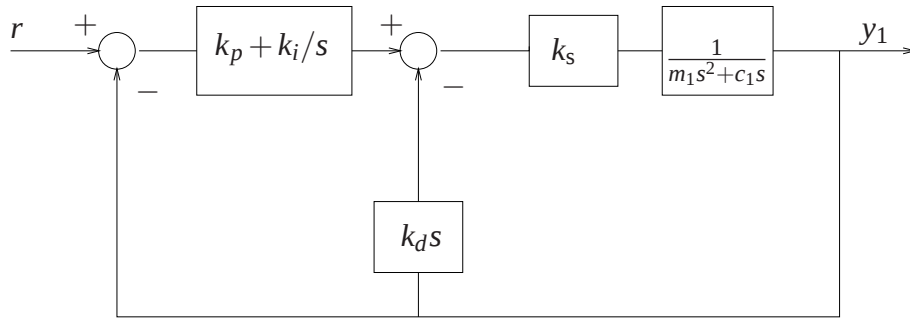
$$\omega_n := \sqrt{\frac{k_p k_s}{m_1}}, \quad (12)$$

$$\xi := \frac{c_1 + k_d k_s}{2m_1 \omega_n} = \frac{c_1 + k_d k_s}{2\sqrt{m_1 k_p k_s}}, \quad (13)$$

a função de transferência em malha fechada pôde ser colocada na forma padrão

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2}.$$

Como observado na Experiência 3, em alguns casos pode ser vantajoso adotar a implementação da Fig. 14, com o termo derivativo na realimentação, ao invés da implementação clássica em

Figura 14: Controle **PI&D** do sistema.

que todos os termos do PID aparecem no caminho direto.

Exercício 2: Mostre que o erro de estado estacionário relativo à implementação **P&D** ($k_i = 0$) da Fig. 14 é

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(m_1 s^2 + (c_1 + k_s k_d)s)}{m_1 s^2 + (c_1 + k_s k_d)s + k_p k_s}, \quad (\text{t})$$

enquanto o erro de estado estacionário referente à implementação **PD** é dada por

$$\tilde{e}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{R(s)(m_1 s^2 + c_1 s)}{m_1 s^2 + (c_1 + k_s k_d)s + k_p k_s}. \quad (\text{t})$$

Suponha agora que na Fig. 14 o controlador na malha direta tivesse somente um bloco na forma k_i/s , e na malha interna fosse $k_p + k_d s$, isto é, o ganho proporcional está presente na malha interna e não na malha direta. Verifique para essa estrutura do controlador o erro de regime para entrada degrau unitário, $R(s) = 1/s$ (t), e determine e compare as funções de transferência desta estrutura com as do PID e PI&D (t).

Para uma entrada degrau ($R(s) = 1/s$), obtém-se então $e(\infty) = \tilde{e}(\infty) = 0$, mas para uma entrada rampa ($R(s) = 1/s^2$), obtém-se $e(\infty) = k_d/k_p$ e $\tilde{e}(\infty) = 0$. O controlador **P&D** não é capaz de anular o erro de estado estacionário para a entrada rampa. De fato, se o sistema de controle da Fig. 14 for representado como na Fig. 1, então a *planta equivalente* será $G_p(s) = k_s/s(m_1 s + k_d)$, que por ser do tipo 1 exibirá erro constante para entrada rampa (tipo 2).

6.2 Procedimento Experimental

Inicialização do Levitador

Este procedimento se refere ao experimento com um disco magnético montado.

1. No menu **File** carregue os parâmetros de calibração do sensor. Através da opção **Load Settings** carregue o arquivo `Cal.cfg` que se encontra na pasta `/ea722/programas`. Entre no menu **Setup, Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** $Y_{cal} = a/Y_{raw} + f/\sqrt{Y_{raw}} + g + h * Y_{raw}$ e habilite a opção **Apply Thermal Compensation**.
2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e verifique se **Ts=0.001768s** e se o algoritmo `Cal.alg` foi carregado. Se não, carregue-o através da opção **Load from disk** usando o arquivo `Cal.alg` que se encontra na pasta `/ea722/programas`. Em seguida selecione **Implement Algorithm**. O disco irá se mover para a altura de aproximadamente 2,0 [cm] mantendo-se nesta posição;
3. Verifique se o **Sensor 1 Pos** está indicando o valor de 20000 ± 500 [counts]. Caso isso não ocorra, entre no menu **Setup, Sensor Calibration**, selecione a opção **Calibrate Sensor** e ajuste o termo g da calibração para que a leitura do **Sensor 1 Pos** no fundo de tela seja próximo 20000 [counts];
4. Através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, ajuste a coleta dos dados de **Commanded Position** e **Variable Q10** (valor incremental da posição do disco #1). Especifique uma amostragem de dados a cada 2 ciclos;
5. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000** [counts], dwell time=**2000** ms e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;
6. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois plote as variáveis **Commanded Position** e **Variable Q10**. Verifique se a trajetória da variável Q10 apresenta pelo menos duas oscilações acima do valor de regime. Caso isso não ocorra, solicite a presença do professor.

Após a conclusão deste procedimento, clique no botão **Abort Control** no fundo de tela.

6.2.1 Procedimento experimental - parte 1

Nesta primeira parte do procedimento experimental, analisa-se o efeito da ação integral sobre o valor de regime da saída do sistema.

1. Certifique-se que o procedimento de inicialização do equipamento foi realizado;
2. Entre na caixa de diálogo **Control Algorithm** e defina **Ts=0.001768s**. Para realização dos ensaios carregue o algoritmo `exp4.alg` encontrado na pasta `/ea722/programas`, através

da opção **Load from disk**. Selecione **Edit Algorithm** para introduzir modificações nos valores de k_p , k_i e k_d no programa;

3. Com $k_i = 0$ determine o valor de k_p e k_d de forma que o sistema se comporte como um sistema de 2a. ordem sub-amortecido com $\omega_n = 8\pi$ rad/s e $\xi = 0,5$. Depois **Implement Algorithm, OK**;
4. Ajuste a coleta dos dados de **Command Position, Sensor #1 Position, Control Effort** e **Q10** através da caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, e especifique uma amostragem de dados a cada 5 ciclos;
5. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory #1** e selecione **Step**. Ajuste um degrau com amplitude de **15000 counts**, dwell time=**1500 ms** e **1** (uma) repetição. Certifique-se que a opção **Unidirectional Move Only** esteja habilitada;
6. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois exporte e plote (usando o script `plotRawData.m`) os resultados experimentais obtidos **(g)**. Observe o erro em regime da resposta do sistema;
7. Introduza o valor $k_i = 5$ no algoritmo `exp4.alg`. Selecione **Execute** no menu **Command** e em seguida **Trajectory #1 only**; depois exporte e plote os resultados experimentais obtidos **(g)**. Observe o erro em regime da resposta do sistema e compare com o caso anterior **(t)**;
8. Movimente manualmente o disco magnético nas duas direções, sem forçar em demasia e sem deixar que ele ultrapasse a altura de 3cm. Não segure o disco por mais do que 2s para evitar o surgimento de uma força excessiva. Perceba a força aplicada.
9. Aumente o valor de k_i de 50% e 100% do valor inicial e repita o ensaio do item **7(g)**; depois movimente manualmente e perceba a força aplicada. Plote (em tempo real) no eixo direito a variável **Control Effort** e explique o comportamento observado **(t)**. Justifique o aumento da força de compensação com o tempo em termos da ação integral **(t)**.
10. Utilizando o comando `pzmap` do Matlab, obtenha os polos e zeros do sistema em malha fechada para os sistemas dos itens **3, 7 e 9**, e utilize-os para explicar o comportamento observado **(t)**.

6.2.2 Procedimento experimental - parte 2

Nesta segunda parte do procedimento experimental, serão analisadas as características de resposta em frequência dos sistemas sub-amortecido com a ação derivativa na realimentação (**P&D**).

11. No algoritmo `exp4.alg` selecione k_p e k_d para o caso $\omega_n = 8\pi$ [rad/s], $\xi = 0,2$ e $k_i = 0$;
12. Ajuste a coleta dos dados somente de **Q10** através na caixa de diálogo **Set-up Data Acquisition** do menu **Data**, e especifique uma amostragem de dados a cada 5 ciclos;
13. Entre no menu **Command**, vá para **Trajectory** e ajuste uma trajetória do tipo **Sine Sweep**, com **Amplitude=4000 counts**, **Start Frequency=2 Hz**, **End Frequency=9 Hz** e **Sweep Time=60s**, com a opção **Logarithmic Sweep** ativada. Execute a trajetória, adquira os dados, exporte e plote **Q10 (g)**. Para obter um gráfico com o eixo da frequência em escala logarítmica e amplitude em dB, use o comando `semilogx(w, 20*log10(amp))`.

14. Identifique a frequência de ressonância do caso sub-amortecido e compare-a com a frequência teórica prevista ($\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$) [\(t\)](#).
15. Adote o ganho integral $k_i = 3$. Repita os passos [13](#) e [14](#) [\(g\)](#);
16. Plote no Matlab o diagrama de Bode do modelo do sistema [\(g\)](#) e compare com os resultados obtidos utilizando o **Sine Sweep**. [\(t\)](#)

6.3 Pré-relatório da Experiência 5

As seguintes tarefas de simulação deverão ser realizadas e os resultados apresentados no início da próxima experiência. A **configuração** abaixo será adotada:

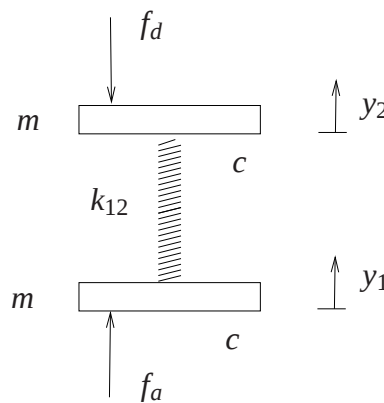


Figura 15: Sistema com dois graus de liberdade e compensação da força do atuador.

- Discos #1 e #2 posicionados de forma a gerar força de repulsão entre si;
- Implementação por software da compensação da força do atuador magnético (bobina).

Dados:

$m = 0,123 \text{ kg}$	(massa dos discos)
$c = 0,4078 \text{ N/(m/s)}$	(coeficientes de atrito dos discos)
$k_{12} = 37,18 \text{ N/m}$	(constante de mola)
$k_s = 100$	(ganho do sistema)

Considere o sistema de controle da Fig. [16](#), onde $G_c(s) = k_p + k_d s$ representa o controlador **PD** a ser utilizado, f_d representa uma força de perturbação e

$$N_1(s) = ms^2 + cs + k_{12}$$

$$N_2(s) = k_{12}$$

$$D(s) = m^2 s^4 + 2cms^3 + (2mk_{12} + c^2)s^2 + 2ck_{12}s.$$

Com o objetivo de analisar a influência da força de perturbação sobre a saída do sistema, considere os seguintes controladores: **PI&D**₁: $k_p = 1,0$; $k_d = 0,05$; $k_i = 0,1$ e **PI&D**₂: $k_p = 0,4$; $k_d = 0,05$; $k_i = 0,05$.

1. Analise as localização dos pólos das funções de transferência $Y_1(s)/R(s)$ e $Y_2(s)/R(s)$ produzidas pelos controladores **PI&D**₁ e **PI&D**₂. Quais são os pólos dominantes em cada caso? Analise os comportamentos temporais de y_1 e y_2 para uma entrada degrau;

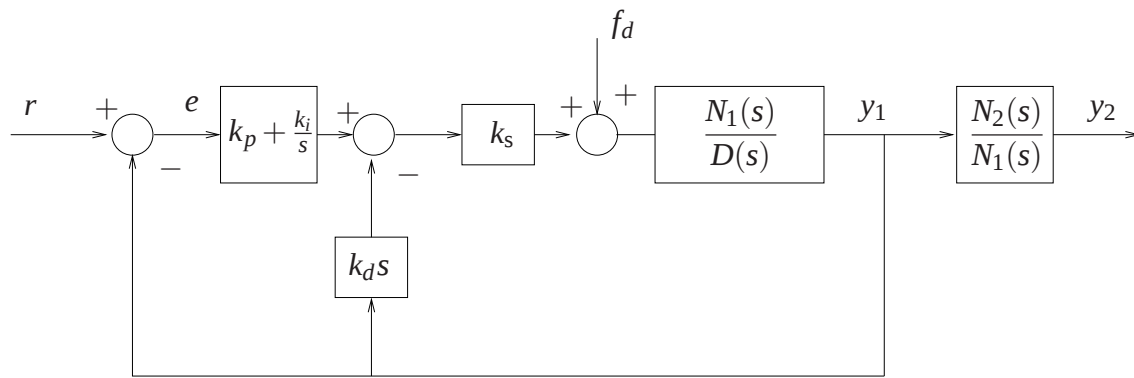


Figura 16: Controle sujeito a perturbações.

2. Obtenha os diagramas de Bode das funções de transferência:

de malha aberta $k_s G_c(s) \cdot \frac{N_1(s)}{D(s)}$; de malha fechada $\frac{Y_1(s)}{F_d(s)}$;

3. Analise as características de atenuação de distúrbios exibidas por cada um dos controladores **PI&D** através de diagramas de Bode.

Referências

- [1] P. A. V. Ferreira. Introdução aos sistemas de controle. Notas de aula do Prof. Paulo Valente, FEEC-UNICAMP, 1999, <http://www.dt.fee.unicamp.br/~jbosco/ea722/rotaula0.pdf>.
- [2] G. F. Franklin, J. D. Powell, and A. Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, Upper Saddle River, NJ, 6 edition, 2009.
- [3] J. C. Geromel and A. G. B. Palhares. *Análise Linear de Sistemas Dinâmicos: Teoria, Ensaio Práticos e Exercícios*. Blucher, São Paulo, SP, 2004.
- [4] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, RJ, 3 edition, 1998.
- [5] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 505 – Inverted Pendulum*, 1994.
- [6] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 220 – Industrial Emulator/Servo Trainer*, 1995.
- [7] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 205/205a – Torsional Control System*, 1997.
- [8] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 210/210a – Rectilinear Control System*, 1998.
- [9] Educational Control Products: ECP Systems. *Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System*, 1999.

Roteiro – Correção

Emulador

1.  2.    
2. 
3. 
4.   
5.   
6. 
8.  
9.  
10.   
12. 
13. 
14.  

Torcional 1

1.  2.    
2. 
3. 
4.   
5.   
6. 
8.  
9.  
10.   
12. 
13. 
14.  

Torcional 2

1.  2.    
2. 
3. 
4.   
5.   
6. 
8.  
9.  
10.   
12. 
13. 
14.  

Retilíneo 1

1.  2.    
2. 
3. 
4.   
5.   
6. 
8.  
9.  
10.   
12. 
13. 
14.  

Retilíneo 2

1.  2.    
2. 
3. 
4.   
5.   
6. 
8.  
9.  
10.   
12. 
13. 
14.  

Emulador

1.  2.    
2. 
3. 
4.   
5.   
6. 
8.  
9.  
10.   
12. 
13. 
14.  