

# EA619 - Laboratório de Análise Linear

## Experiência 2: Sistemas de 2ª ordem e Equipamentos ECP

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas

1º Semestre 2016



■ Cinco plataformas contendo dispositivos eletromecânicos ECP (*Educational Control Products*) estão disponíveis no laboratório:

- Emulador Industrial
- Sistema Torcional
- Levitador Magnético
- Pêndulo Invertido
- Sistema Retilíneo

■ São concebidos para facilitar o entendimento dos princípios básicos de controle e da análise de sistemas.

■ Consistem de dispositivo eletromecânico com um sistema de apoio completo – software e hardware, para:

- aquisição de dados,
- atuação,
- visualização de dados,
- controle, etc.



# Emulador Industrial

O sistema Emulador Industrial reproduz situações típicas encontradas no controle de sistemas industriais.

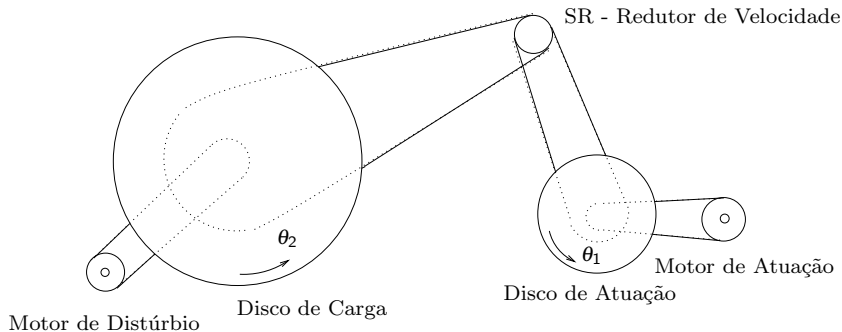


Diagrama Esquemático do Emulador Industrial

- As inércias dos discos são modificadas com a fixação de pesos.
- Reduções de velocidade são realizadas através de engrenagens e correias de vários tamanhos.



Pode-se introduzir, de modo a emular situações práticas:

- folga na conexão mecânica ou atrito extra através de freio.
- flexibilidade entre os discos de tração e carga através de correias elásticas.

Um motor de distúrbio está conectado ao disco de carga: usado para emular atrito viscoso e distúrbios.



# Pêndulo invertido

O Pêndulo Invertido reproduz situações encontradas no controle de plantas instáveis.

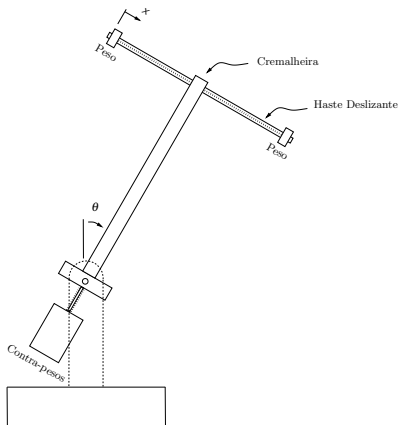


Diagrama Esquemático do Pêndulo Invertido



- A haste pendular suporta a haste deslizante, responsável pelo balanço do sistema.
- A haste deslizante é movimentada através de um servo-motor localizado na base da haste.
- Dois encoders medem o deslocamento linear da haste deslizante e a posição angular do pêndulo.
- Os contra-pesos ajustam-se de forma a alterar o centro de gravidade do conjunto e portanto, a dinâmica do sistema.



# Sistema Torcional

- O sistema denominado Sistema Torcional reproduz situações típicas encontradas no controle de sistemas industriais que apresentam flexibilidade.

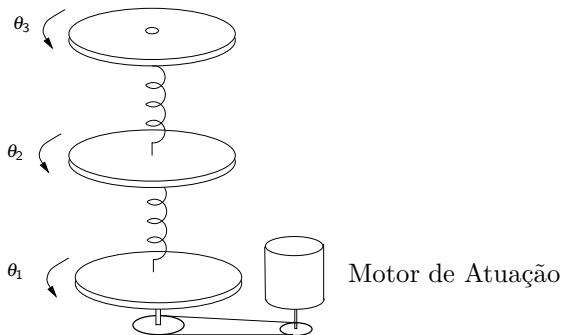


Diagrama Esquemático do Sistema Torcional



- O sistema consiste de três discos conectados através de dois eixos torcionais flexíveis.
- Cada disco está conectado a um encoder que mede o deslocamento angular.
- Os discos são removíveis ou podem ser travados.
- As inércias dos discos podem ser alteradas através de pesos.
- O eixo é acionado por um servo-motor conectado através de correia e engrenagem com redução de velocidade 3:1.



# Sistema Retilíneo

- O sistema Sistema Retilíneo reproduz situações típicas encontradas no controle de sistemas clássicos massa- mola-atrito.

## Motor de Atuação

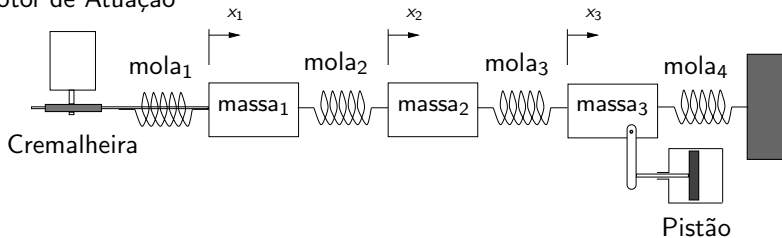


Diagrama Esquemático do Sistema Retilíneo

- Consiste de três carros que deslizam com baixo atrito, conectados entre si através de molas.
- Molas de diferentes rigidez podem ser usadas entre os carros ou entre carros e a base do conjunto.
- Um pistão com amortecimento ajustável pode ser acoplado a um dos carros.
- As massas dos carros podem ser alteradas, bem como o número de carros e a configuração de molas, posicionamento do pistão e a fixação das extremidades.



# Levitador Magnético

O sistema Levitador Magnético reproduz situações típicas encontradas no controle de sistemas multivariáveis.

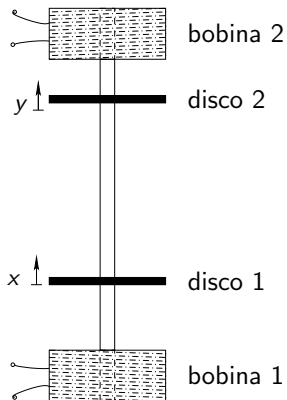


Diagrama Esquemático do Levitador Magnético

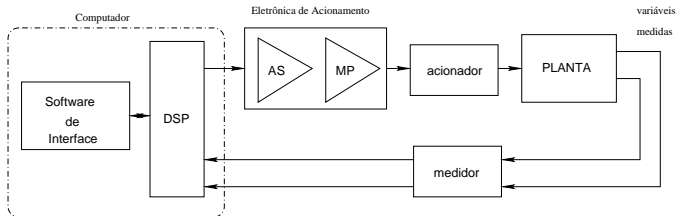


- Duas bobinas geram campos magnéticos que interagem com um ou dois discos magnéticos.
- Uma barra de vidro serve como guia para os discos.
- A bobina inferior [superior] atua na posição do disco inferior [superior] fazendo-o levitar através de uma força magnética repulsiva [de atração].
- Existe interação magnética (de repulsão) entre os dois discos.
  
- Dois sensores ópticos baseados em feixes de luz laser são utilizados para medir a posição dos magnetos.



# Aquisição de Dados, Atuação e Interfaces

O diagrama esquemático de um sistema ECP completo é mostrado na figura:



AS - Amplificador servo; MP - Módulo de Potência; DSP - Placa de Processamento e Conversão de Sinais.

## Medidores

- encoders: Fornecem realimentação incremental das posições (e suas derivadas), através de pulsos.
- medidores ópticos: Sensores ópticos baseados em feixes de luz laser fornecem realimentação das posições através de curva não-linear.
- As informações da planta mecânica são roteadas para a placa DSP (Digital Signal Processor).



## Placa DSP

- Converte os pulsos dos encoders em valores numéricos.
- Interpreta comandos de trajetórias
- Produz sinal de atuação (em tensão) para o módulo de potência (MP)
- Implementa o controle definido pelo operador no Programa Executivo.
- Realiza verificações com o objetivo de garantir a segurança na operação do equipamento.



## Módulo de Potência MP

- Reproduz o sinal de comando de tensão recebido da placa DSP, com o nível de potência necessário ao atuador (servo-motor ou bobina).

## Programa Executivo

- Dispõe uma interface gráfica à base de menus no PC, que permite operar o sistema com facilidade.
- Dá suporte à definição de trajetórias, aquisição de dados, visualização de curvas, especificação de controladores, execução de comandos do sistema, etc.



# Ajustamento de Curvas dos Medidores

- Nos equipamentos ECP interessa medir:

posição, velocidade ou aceleração

dos elementos da planta eletro-mecânica.

- Se  $x$  representa a variável a ser medida e  $y$  a sua medida produzida pelo medidor, tem-se a seguinte relação geral:

$$y = g(x)$$

- A função  $g$  ou  $g^{-1}$  dos medidores tem a forma:

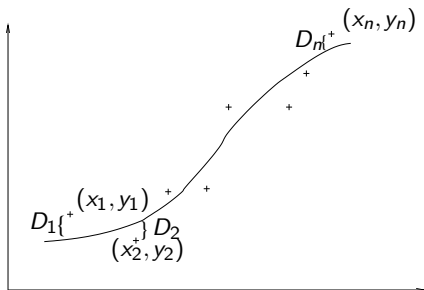
$$\begin{array}{ll} y = a_0 + a_1 x & \text{para os encoders} \\ x = a_0 + a_1 y + \frac{a_2}{y} + \frac{a_3}{\sqrt{y}} & \text{para o sensor óptico do MagLev} \end{array}$$

- Técnica de Regressão: permite obter estimativa  $\hat{g}$  do que seria o valor verdadeiro da relação  $g$  a partir de medidas de pares entrada/saída  $(X_i, Y_i)$ .



# Ajustamento de Curvas dos Medidores

Considere um conjunto de dados medidos  $(X_i, Y_i), i = 1, \dots, N$  e uma curva ajustada  $\hat{g}$  que representa a relação  $y = g(x)$



Pontos experimentais e curva ajustada.

- Critério dos Mínimos Quadrados: De todas as curvas que se ajustam a um conjunto de dados, a que tem a propriedade de apresentar o mínimo valor

$$D_1^2 + D_2^2 + \dots + D_n^2$$

é denominada a melhor curva de ajustamento.



# Estimador dos Mínimos Quadrados I

Considere

$$y = g(x) = a_0 + a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + \dots + a_k f_k(x)$$

Definindo os vetores:

$$u = [1 \ f_1(x) \ f_2(x) \ \dots \ f_k(x)]$$

$$\theta = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_k]^T$$

Temos a representação:  $y = u\theta$

Conjunto de  $n$  medidas:

$$Y_1 = U_1 \theta$$

$$Y_2 = U_2 \theta$$

$$\vdots$$

$$Y_n = U_n \theta$$



## Estimador dos Mínimos Quadrados II

ou em representação matricial,

$$Y = U\theta, \text{ onde } Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}.$$

Dimensão do vetor  $Y$  é  $n \times 1$ , e da matriz  $U$  é  $n \times k$ .

Seja  $\hat{\theta}$  o valor estimado do vetor  $\theta$ , e defina

$$\hat{Y} = U\hat{\theta} \tag{1}$$

Seja  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  e  $\tilde{Y} = Y - \hat{Y}$ . Então

$$\tilde{Y} = U\tilde{\theta} \tag{2}$$

(??) é denominada equação do erro, e o estimador de mínimos quadrados é obtido minimizando-se:

$$J(\theta) = \tilde{Y}^T \tilde{Y} = \|Y - U\hat{\theta}\|^2$$



## Estimador dos Mínimos Quadrados III

A melhor estimativa  $\hat{\theta}$  satisfaz

$$\begin{aligned} J(\hat{\theta}) &= \min_{\theta} J(\theta) = \min_{\theta} \|Y - U\theta\|^2 \\ &= \min_{\theta} [Y^T Y - 2Y^T U\theta + \theta^T U^T U\theta] \end{aligned}$$

Operando-se algebricamente, temos

$$\begin{aligned} J(\theta) &= Y^T Y - 2Y^T U\theta + \theta^T U^T U\theta \\ &= Y^T Y - Y^T U\theta - \theta^T U^T Y + \theta^T U^T U\theta \\ &= Y^T Y - Y^T U[U^T U]^{-1}[U^T U]\theta \\ &\quad - \theta^T [U^T U][U^T U]^{-1}U^T Y + \theta^T [U^T U]\theta \end{aligned}$$

Podemos escrever então que

$$\begin{aligned} J(\theta) &= Y^T Y - ([U^T U]^{-1}U^T Y)^T [U^T U]([U^T U]^{-1}U^T Y)^T \\ &\quad + (\theta - [U^T U]^{-1}U^T Y)^T [U^T U](\theta - [U^T U]^{-1}U^T Y) \quad (3) \end{aligned}$$

e podemos ignorar os dois primeiros termos acima.



$J(\theta)$  é uma função quadrática em  $\theta$  e por construção,  $x^T [U^T U] x \geq 0$  para todo vetor  $x \in \mathbb{R}^n$ . Portanto a solução do problema é

$$\hat{\theta}_{MQ} = [U^T U]^{-1} U^T Y \quad (4)$$



## Exemplo de Aplicação

Construir uma linha reta que se ajuste aos dados:

X	1	3	4	6	8	9	11	14
Y	1	2	4	4	5	7	08	09

Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados com

$$y = a_0 + a_1 f_1(x), \text{ e } f_1(x) = x$$

usamos o programa Matlab:

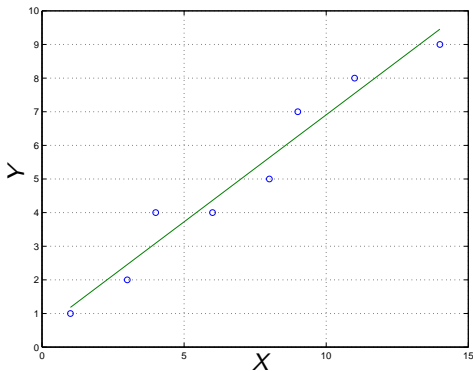
```
Y=[1 2 4 04 05 07 08 09]'; % sinal de saída do sensor
X=[1 3 4 06 08 09 11 14]'; % entrada do sensor
U=[ones(size(X)) X];
theta=U\Y
% Cria vetor de pontos da reta
X_eval=(1:1:14)';
% Avalia a função
Y_eval=[ones(size(X_eval)) X_eval]*theta;
% Plot
plot(X,Y,'o',X_eval,Y_eval,'-'),grid,axis([0 15 0 10])
```



# Resultados

- Os parâmetros obtidos são:

$$a_0 = 0.5455, \quad e \quad a_1 = 0.6364$$



Pontos experimentais e curva ajustada.



- Linearidade em Sinais e Sistemas, I. S. Bonatti, A. Lopes, P. L. D. Peres & C. M. Agulhari, [Capítulo 14](#) e [Capítulo 15](#).
- Cálculo Diferencial e Integral, N. *Piskounov*, Vol. II, Lopes da Silva Editora, 1970.
- Manual for Model 220 - Industrial Emulator/Servo Trainer, ECP, 1995.
- Manual for Model 210/210a - Rectilinear Control System, ECP, 1998.
- Manual for Model 205/205a - Torsional Control System, ECP, 1997.
- Manual for Model 505 - Inverted Pendulum, ECP, 1994.
- Manual for Model 730 - Magnetic Levitation System, ECP, 1999.