

EA619 - Laboratório de Análise Linear

Experiência 4: Identificação do Parâmetros dos Equipamentos ECP: Resposta Temporal

Prof. Ricardo C.L.F. Oliveira

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas

2º Semestre 2015

■ Sistema Linear Invariante no Tempo – SLIT

$$\begin{aligned}\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y(t) = \\ = c_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + c_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + c_0 u(t),\end{aligned}$$

$u(t)$ - variável de entrada (independente)

$y(t)$ - variável de saída (dependente)

■ Transformada de Laplace (CI nulas)

$$\begin{aligned}(s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_0)Y(s) = \\ (c_ms^m + c_{m-1}s^{m-1} + \cdots + c_0)U(s),\end{aligned}$$

onde $s = \sigma + j\omega$ é a frequência complexa

■ Função de Transferência (forma expandida)

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{c_m s^m + c_{m-1} s^{m-1} + \dots + c_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}.$$

- $G(s)$ é (estritamente) própria se $m \leq n$ ($m < n$)

Propriedades

- Caracteriza completamente o sistema
- Representação entrada-saída do sistema
- Não depende da entrada $U(s)$
- Para qualquer entrada $U(s)$,

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

e a anti-transformada de $Y(s)$ fornece $y(t)$

Forma compacta

$$G(s) = \frac{kN(s)}{D(s)},$$

k - ganho da função

$N(s), D(s)$ - polinômios mônicos

Forma fatorada

$$G(s) = \frac{k(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)},$$

z_1, z_2, \dots, z_m - zeros de $G(s)$ (raízes de $N(s)$)

p_1, p_2, \dots, p_n - pólos de $G(s)$ (raízes de $D(s)$)

- Modelos flexíveis - uma das correias de transmissão é flexível.
- Modelos rígidos - as correias de transmissão são consideradas rígidas;

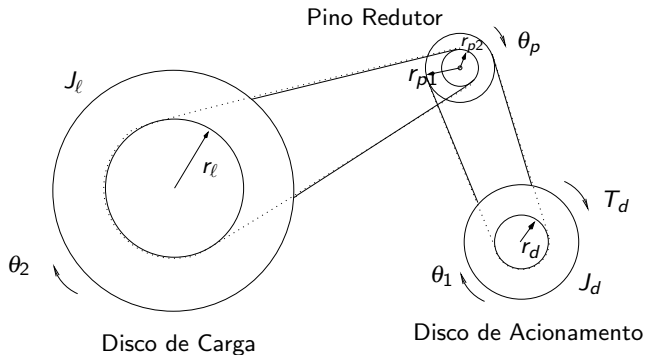


Figura : Modelo do Emulador Industrial: Planta Rígida.

Relações de redução:

$$\theta_1 = g_r \theta_2, \quad g_r = \frac{r_\ell r_{p1}}{r_{p2} r_d}, \quad \theta_1 = g'_r \theta_p, \quad g'_r = \frac{r_{p1}}{r_d}$$

A inércia total, e o coeficiente de atrito refletidos para o disco de acionamento são:

$$J_d^* = J_d + \frac{J_p}{(g'_r)^2} + \frac{J_\ell}{(g_r)^2}, \quad c_d^* = c_1 + \frac{c_2}{g_r^2}$$

Desprezando-se os efeitos de não-ideais como flexibilidade, folgas, atritos estáticos e outras não-linearidades, temos

$$J_d^* \ddot{\theta}_1 + c_d^* \dot{\theta}_1 = T_d, \quad \theta_2 = \frac{\theta_1}{g_r} \quad (1)$$

- Modelos com três graus de liberdade (3 DOF) - são obtidos considerando-se todos os três carros em movimento.
- Modelos com dois graus de liberdade (2 DOF) - são obtidos mantendo-se travado ou desacoplando-se o terceiro carro;

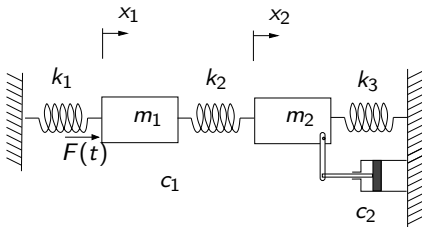


Figura : Modelo do Sistema Retilíneo com 2 DOF; c_1 atrito com o ar no carro #1; c_2 atrito com o ar e pistão no carro #2.

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + (k_2 + k_3)x_2 - k_2 x_1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

- Modelos com três graus de liberdade (3 DOF) - são obtidos considerando-se os três discos e suas respectivas inércias.
- Modelos com dois graus de liberdade (2 DOF) - são obtidos mantendo-se travado (k_1 e k_2 presentes) ou removendo o 3º disco (apenas k_1 presente).

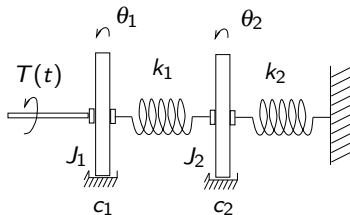


Figura : Modelo do Sistema Retilíneo com 2 DOF.

Desprezando-se folgas e atrito de Coulomb, temos

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\theta}_1 + c_1 \dot{\theta}_1 + k_1(\theta_1 - \theta_2) = T(t) \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + c_2 \dot{\theta}_2 + k_1(\theta_2 - \theta_1) + k_2 \theta_2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Pêndulo Invertido I

Duas configurações do sistema são de interesse:

- Planta # 1: estável $\ell_t = 10$ cm.
- Planta # 2: instável $\ell_t = 7$ cm.

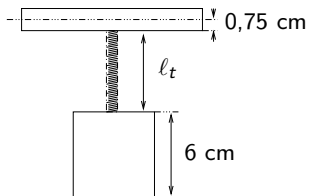


Figura : Ajuste dos Contrapesos do Pêndulo.

Pêndulo Invertido II

O modelo linearizado no ponto de equilíbrio $\theta_e = x_e = 0$ é

$$\begin{cases} \bar{J}\ddot{x} + m_1\ell_o g x + (m_2\ell_o\ell_c - \bar{J})g\theta = \frac{J^*}{m_1}F(t) \\ \bar{J}\ddot{\theta} - m_1gx - m_2\ell_cg\theta = -\ell_oF(t) \end{cases} \quad (4)$$

onde

$$m_1 = m_{1o} + m_{w1}$$

$$m_2 = m_{2o} + m_{w2}$$

$$\ell_c = (m_{w2}\ell_{w2} + m_{2o}\ell_{co})/m_2$$

$$\bar{J} = J_0^* + m_{w2}(\ell_{w2})^2$$

$$J^* = J_0^* + m_1\ell_o^2 + m_{w2}(\ell_{w2})^2$$

e

x : deslocamento linear da haste deslizante;

θ : deslocamento angular da haste principal;

$F(t)$: força aplicada à haste deslizante;

Pêndulo Invertido III

m_{1o} : massa da haste deslizante;

m_{w1} : massa dos pesos na haste deslizante ;

ℓ_o : distância com sinal da haste deslizante ao pivot;

m_{w2} : massa do contrapeso;

ℓ_{w2} : distância com sinal do centro de massa do contrapeso ao pivot (ajustável);

m_{2o} : massa da haste principal;

ℓ_{co} : distância com sinal do centro de massa da haste principal ao pivot;

J_0^* : momento de inércia do pêndulo (sem a haste deslizante e contrapeso).

- Caso Multivariável (MIMO)
- Caso Monovariável (SISO)

modelo matemático não-linear siso, bobina #1

Se $F_{m12} \equiv F_{u21} \equiv 0$,

$$\begin{cases} m\ddot{y}_1(t) + c_1\dot{y}_1(t) = F_{u_{11}}(y_1, u_1) - m_1g \\ F_{u_{11}}(y_1, u_{11}) = \frac{u_1}{a(y_1 + b)^4} \end{cases}$$

a e b: Coeficientes determinados pelo método dos mínimos quadráticos, a partir de valores medidos experimentalmente.

observação: A medida de y_1 é feita através de um sensor óptico não linear, cujo valor é informado ao software de controle na unidade *counts*, conforme a relação:

$$y_{1raw}[\text{counts}] = f_s(y_1[\text{cm}])$$

- Linearização por compensação das não-linearidades.

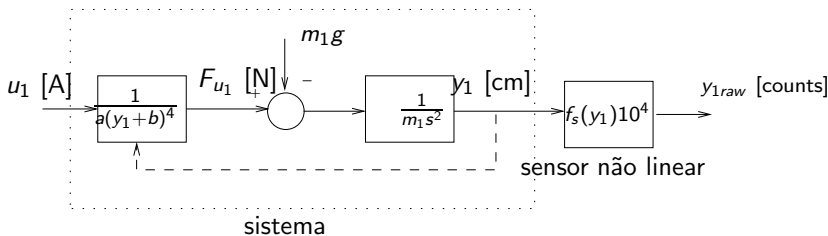


Figura : Modelo físico com o sensor.

Levitador Magnético III

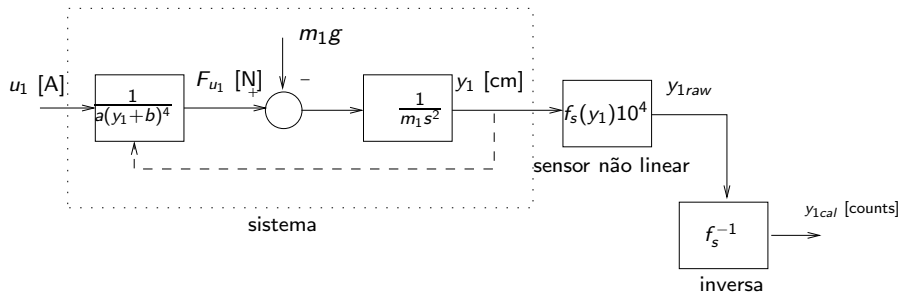


Figura : Compensação do medidor.

Levitador Magnético IV

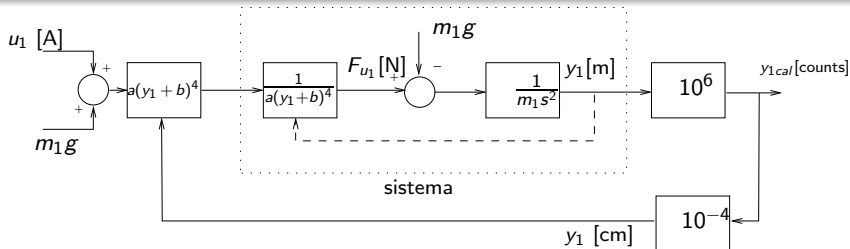


Figura : Compensação da força peso e da força não-linear do atuador.

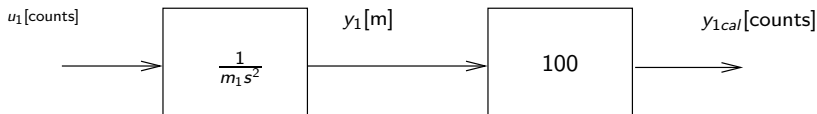


Figura : Diagrama final para o Levitador Magnético.

Identificação através resposta temporal

- Caso sem controle: obter a resposta temporal de um sistema massa-mola-amortecedor com f.t.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}}{ms^2 + cs + k} = \frac{k_{hw}/m}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

onde k_{hw} é o ganho de hardware

Identificando a forma padrão de sistemas de 2a. ordem temos

$$\frac{k}{m} = \omega_n^2, \quad \frac{c}{2m} = \xi\omega_n$$

Observe que:

- Medindo ξ e ω_n da resposta, pode-se determinar apenas a razão entre os parâmetros k e m , e c e m .
- Medindo a resposta do sistema com uma massa adicional conhecida m_a , obtêm-se novos valores ξ' e ω_n' , na forma

$$\frac{k}{m + m_a} = \omega_n'^2, \quad \frac{c}{2(m + m_a)} = \xi'\omega_n'$$

- dessa forma os valores de m , c e k são determinados.

Álgebra de Blocos para o Sistema com Realimentação

- Estruturas de controle por realimentação que se apresentam na análise são mostradas a seguir

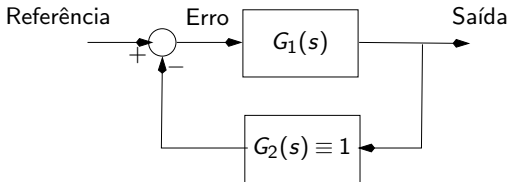


Figura : Diagrama de Blocos Simplificado

Denotando: Referência por $r(t)$, Erro por $e(t)$ e Saída por $y(t)$, temos as relações

$$\begin{cases} Y(s) = G_1(s)E(s), \\ E(s) = R(s) - Y(s). \end{cases}$$

portanto a f.t. em malha fechada entre r e y é dada por

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1}$$

Identificação através resposta temporal

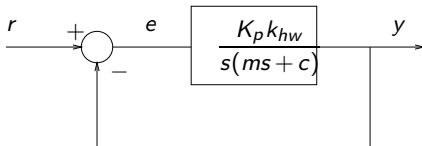
- Caso com controle: obter a resposta temporal de um sistema massa-amortecedor sem mola.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{k_{hw}}{ms^2 + cs}$$

Esse sistema não pode ser mais representado na forma

$$\frac{k_{hw}/m}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Solução: Controle para “simular” o efeito da mola (controle proporcional com ganho K_p)



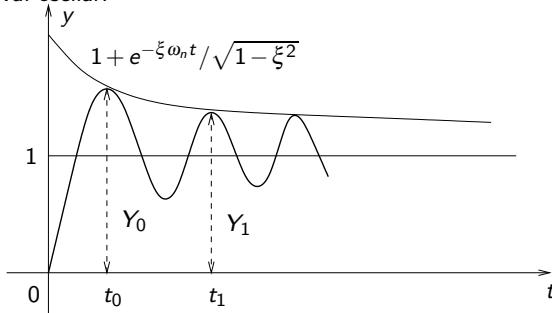
Função de transferência entre r e y é

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p k_{hw}}{ms^2 + cs + K_p k_{hw}}$$

Tomando $k = K_p \cdot k_{hw}$ a f.t. é equivalente ao caso sem controle.

Medida de ξ e ω_n I

- 1 Submete-se o sistema a uma entrada do tipo degrau ou condição inicial: o sistema vai oscilar:



- 2 cálculo de ξ : Mede-se as amplitude de picos sucessivos. e define-se $X_0 = Y_0 - 1$, $X_1 = Y_1 - 1$.
- 3 A envoltória cai exponencialmente segundo a relação

$$e^{\frac{\xi 2\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = \frac{X_0}{X_1}.$$

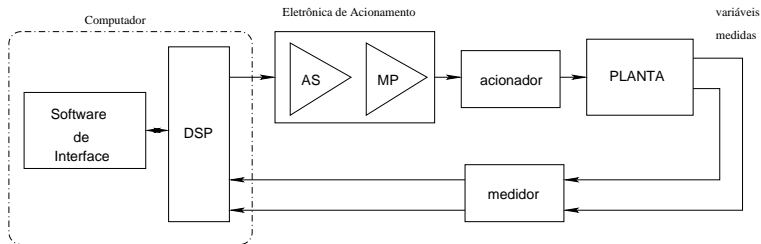
- 4 Da expressão acima, obtém-se

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{X_0}{X_1}.$$

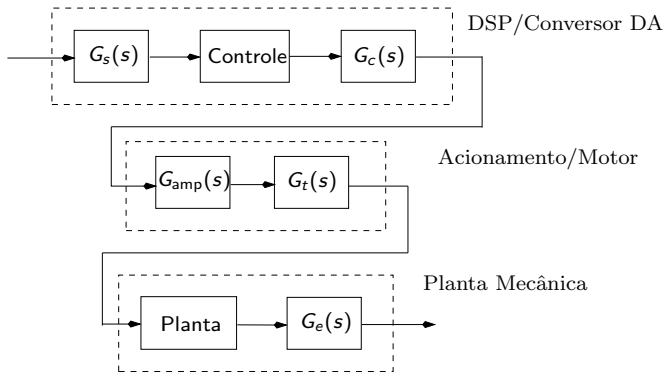
- 5 Mede-se a frequência $\omega_d = \frac{2\pi}{t_1 - t_0}$, e determina-se

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

■ Objetivo: FT dos sistemas ECP em malha aberta



Elementos de hardware



Encoder $G_e(s) = k_e$;

Ganho de Conversão de Pulsos (placa DSP) $G_s(s) = k_s$;

Ganho do Conversor DA (placa DSP) $G_c(s) = k_c$.

Ganho do Amplificador Servo (módulo MP) $G_{amp}(s) = k_{amp}$.

Função de Transferência do Motor $G_t(s) = k_t$

Counts: nos encoders e software de interface.

DACcounts: na placa DSP e conversor D/A.

Tabela 1: Elementos de Ganho do Sistema.

Elemento	Função de Transferência	Valor
Encoder	$G_e = k_e$	$\frac{16.000}{2\pi}$ (Count/Rad.)
Conversão de Pulsos	$G_s(s) = k_s$	32 (DACcount/Count)
Conversor DA	$G_c(s) = k_c$	$\frac{10}{32.768}$ (Volt/DACcount)
Amplificador Servo	$G_{amp}(s) = k_{amp}$	★ (Ampère/Volt)
Motor	$G_t = k_t$	★ (Newton-m/Ampère)

★ Valores dependem da planta a ser considerada.

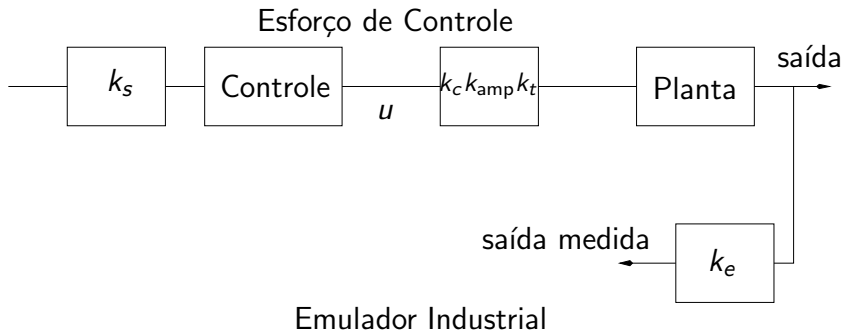
Tabela 2: Ganhos adicionais para os sistemas Retilíneo e Torcional

Elemento	Função de Transferência	Valor
Retilíneo		
Pinhão do Motor	$G_{mp}(s) = k_{mp}$	26,25 (m^{-1})
Pinhão do Encoder	$G_{ep}(s) = k_{ep}$	86 (m^{-1})
Torcional		
Redutor de Velocidade	$G_p(s) = k_p$	3 (N-m disco / N-m motor)

Tabela 3: Ganhos para o Pêndulo Invertido

Elemento	FT	Valor
Ganho combinado: CAD/Amplificador/Motor/Roldana	$G_f(s) = k_f$	0,0013 (N/DACcount)
Encoder da Haste Deslizante	$G_x(s) = k_x$	50.200 (Counts/m)
Encoder da Haste Principal	$G_a(s) = k_a$	2.546 (Counts/rad)
Conversão de Pulsos	$G_s(s) = k_s$	32 (DACcount/Counts)

Utilizando as Tabelas 1 e 2



■ Definindo o parâmetro k_{hw} (ganho de hardware) como

Emulador $k_{hw} = k_s \cdot k_c \cdot k_{amp} \cdot k_t \cdot k_e$

Retilíneo $k_{hw} = k_s \cdot k_c \cdot k_{amp} \cdot k_t \cdot k_{mp} \cdot k_e \cdot k_{ep}$

Torcional $k_{hw} = k_s \cdot k_c \cdot k_{amp} \cdot k_t \cdot k_p \cdot k_e$

Levitador $k_{hw} = 100$

O diagrama anterior pode ser simplificado mais ainda

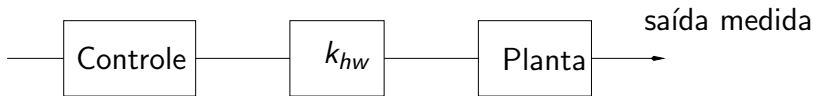


Diagrama final: Emulador, Retilíneo e Torcional

Da Tabela 3 obtemos o diagrama para o pêndulo

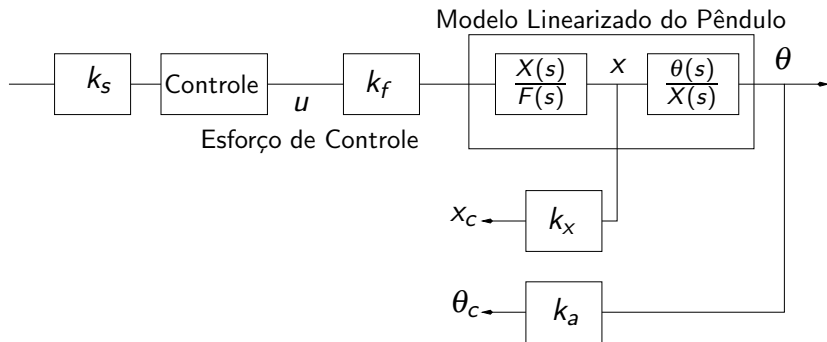


Diagrama final para o Pêndulo

- Ensaio: Sistema sem mola e sem controle.
 - Acelerar a inércia ou massa com um degrau de tensão constante.
 - A aceleração será constante e deverá ser medida.
 - Considerando o atrito viscoso desprezível, a equação do movimento rotacional é

$$T = J\ddot{\theta}$$

e para o movimento translacional é

$$F = m\ddot{x}$$

- O torque T ou a força F estão relacionadas com a tensão do degrau aplicado por uma constante tabelada para cada sistema.
- Por exemplo, para o emulador

$$k_{amp} \cdot k_t \cdot 1[\text{Volt}] = T = J_{dd} \frac{\ddot{\theta}}{k_e}$$

e

$$k_{hw} = k_s \cdot k_c \cdot k_e \cdot k_{amp} \cdot k_t = k_s \cdot k_c \cdot k_e \cdot J_{dd} \frac{\ddot{\theta}}{k_e}$$

- Engenharia de Sistemas de Controle, Norman S. **Nise**, LTC - Livros Técnicos e Científicos. Capítulo 4 (Resposta no domínio do tempo)
- Engenharia de Controle Moderno, K. **Ogata**, Prentice-Hall do Brasil. Capítulo 11 (Análise de sistemas de controle no espaço de estados)
- Feedback Control of Dynamic Systems, G. F. **Franklin**, J. D. **Powell** and A. **Emami-Naeini**, Prentice Hall. Capítulo 3 (Dynamic response)