

EA619 - Laboratório de Análise Linear

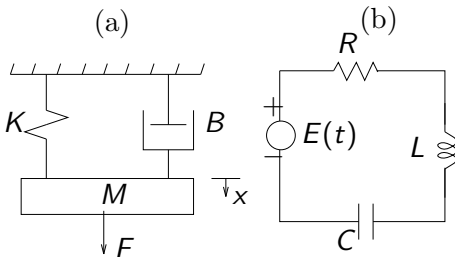
Simulação Analógica de Sistemas Dinâmicos

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação
Universidade Estadual de Campinas

1º Semestre 2016

Princípios Básicos

- Analisar o comportamento de um sistema dinâmico através de um sistema análogo.
- Sistemas que são descritos por equações diferenciais ou a diferenças com a mesma estrutura são considerados **Análogos**.



(a) Sistema Massa-Mola-Atrito:

$$M \frac{d^2}{dt^2} x(t) + B \frac{d}{dt} x(t) + Kx(t) = F(t)$$

(b) Circuito RLC Série:

$$L \frac{d^2}{dt^2} q(t) + R \frac{d}{dt} q(t) + \frac{1}{C} q(t) = E(t)$$

Simuladores Analógicos

Simuladores Analógicos

- Mais antigos que os simuladores (computadores) digitais;
- No começo, pequenos sistemas mecânicos;
- Revolução com o surgimento do Amplificador Operacional.

Simuladores Analógicos Eletrônicos

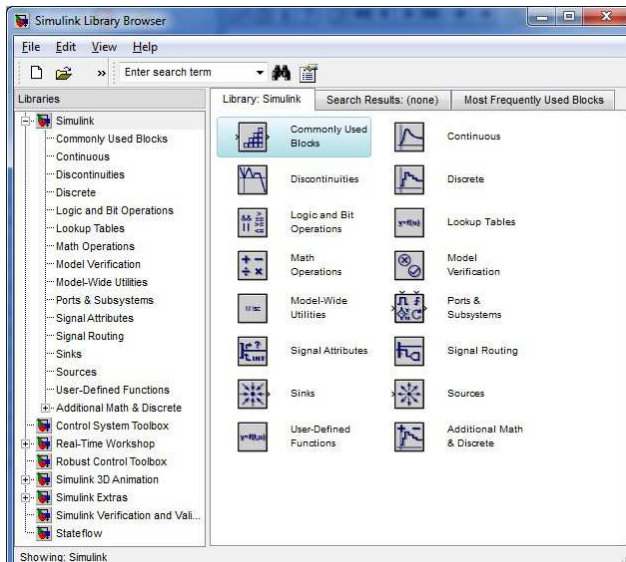
- Sistemas análogos aos mecânicos com
 - Dimensões físicas muito menores;
 - Conforto de manipulação;
 - Conexões flexíveis, facilmente alteráveis;
 - Cálculos realizados em paralelo.

Simuladores Analógicos Digitais

- Softwares que realizam as funções de um simulador analógico;
- Preservam a filosofia da simulação analógica;
- Alguns sistemas: SIMULINK, TUTSIM, SSA (*).

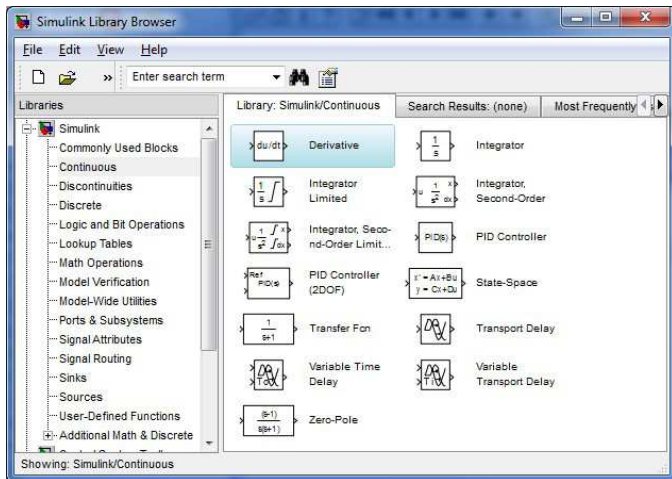
O Simulador Analógico SIMULINK

- Janela Inicial



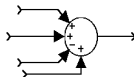
O Simulador Analógico SIMULINK

- Janela dos Elementos de Simulação à Tempo Contínuo

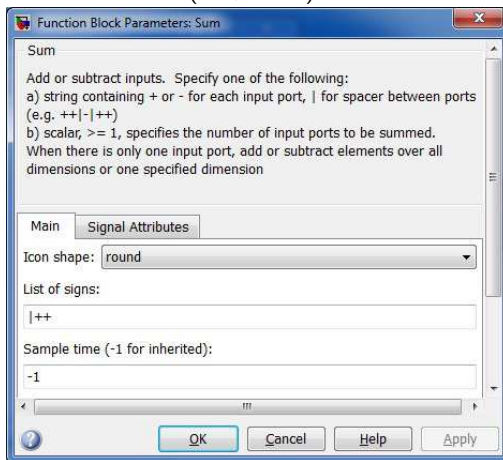


Elementos Lineares Básicos

- Somador: soma os sinais de entrada: $z(t) = x_1(t) + x_2(t) - x_3(t)$

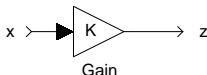


O número de entradas e os sinais (se + ou -) é definido no menu de parâmetros

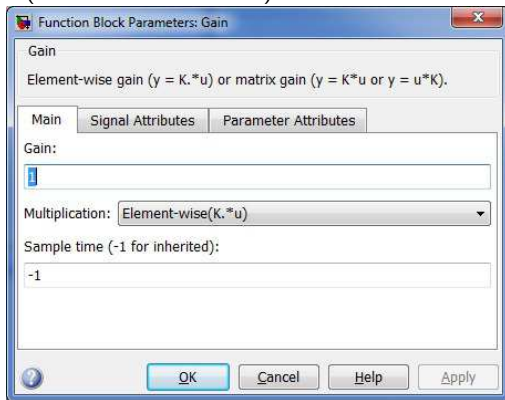


Elementos Lineares Básicos

- Ganho: Multiplica o sinal da entrada por uma constante: $z(t) = Kx(t)$

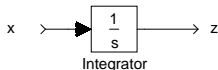


O valor do ganho (numérico ou simbólico) é definido no menu de parâmetros

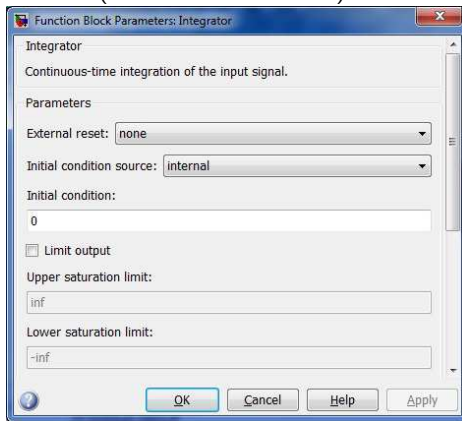


Elementos Lineares Básicos

- Integrador: Integra o sinal da entrada: $z(t) = X_0 + \int_0^t x(\tau) d\tau$

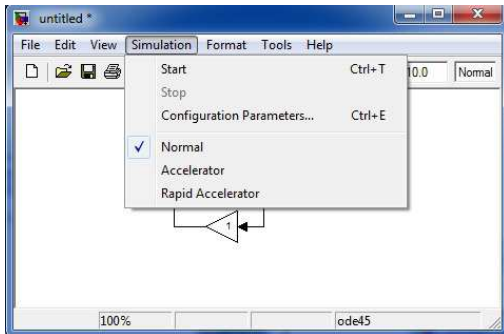


O valor da condição inicial (numérica ou simbólica) é definida no menu



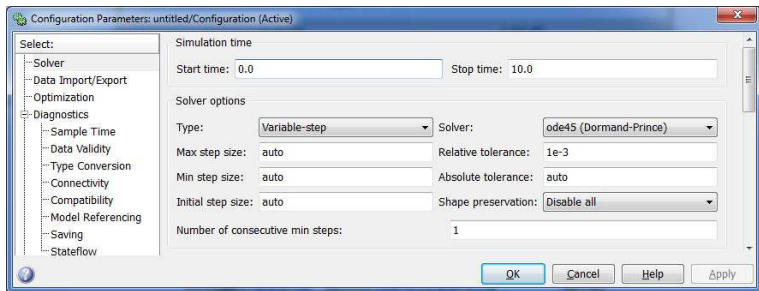
Parâmetros de Configuração

- Intervalo de Tempo e Parâmetros de Integração



Parâmetros de Configuração

- Parâmetros escolhidos no menu Simulation/Parameters:



- Simulation Time: Tempo Inicial e Final da Simulação
- Solver Options: Parâmetros de Integração

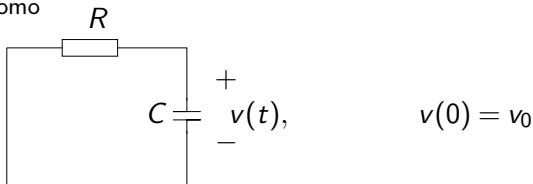
Simulação de Sistemas

- Reprodução fiel do comportamento de um sistema através de um sistema análogo.

Sistema Dinâmico

- Comportamento representado por equações diferenciais ou a diferenças, onde o tempo é uma variável independente.
- Neste Laboratório: sistemas dinâmicos modelados por equações diferenciais ordinárias.

Exemplo: Circuito RC autônomo



- Modelo Matemático

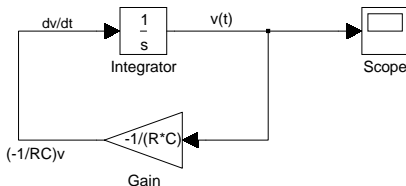
$$\frac{d}{dt}v(t) = \frac{-1}{RC}v(t), \quad v(0) = v_0$$

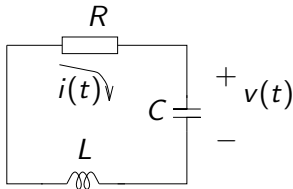
- Solução

$$v(t) = v_0 + \int_0^t \frac{d}{dt} v(\tau) d\tau = v_0 + \int_0^t \frac{-1}{RC} v(\tau) d\tau$$

$$v(t) = v_0 + \left[\left(\frac{-1}{RC} \right) \right] \int_0^t v(\tau) d\tau$$

- Observação: $v(t)$ pode ser obtido a partir da integral do próprio $v(t)$.
- Método para Construção do Diagrama de Simulação:





$$\begin{aligned}v(0) &= v_0 \\ i(0) &= i_0\end{aligned}$$

- Modelo Matemático

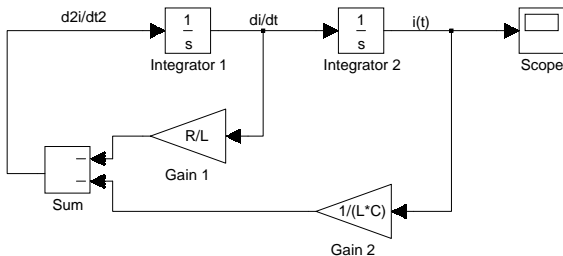
$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0 \Rightarrow \begin{cases} i(0) = i_0 \\ \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} \triangleq Di_0 = -\frac{R}{L} i_0 - \frac{1}{L} v_0 \end{cases}$$

Reescrevendo

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = -\left(\frac{R}{L}\right) \frac{di}{dt} - \frac{1}{LC} i$$

Circuito RLC Autônomo

- Diagrama de Simulação:



Condições Iniciais

- Nível de energia do sistema no instante inicial ($t = 0$);
- Somente os integradores possuem condições iniciais;
- Número de condições iniciais = Número de integradores.

Outros comandos úteis do Matlab

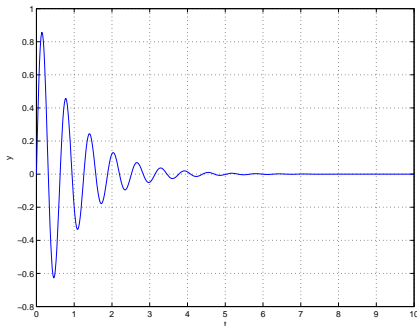
- comando: `whos`

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
A	4x4	128	double	
B	4x1	32	double	
beta	1x1	8	double	
nome	1x5	10	char	
omega_n	1x1	8	double	
qsi	1x1	8	double	

Outros comandos úteis do Matlab

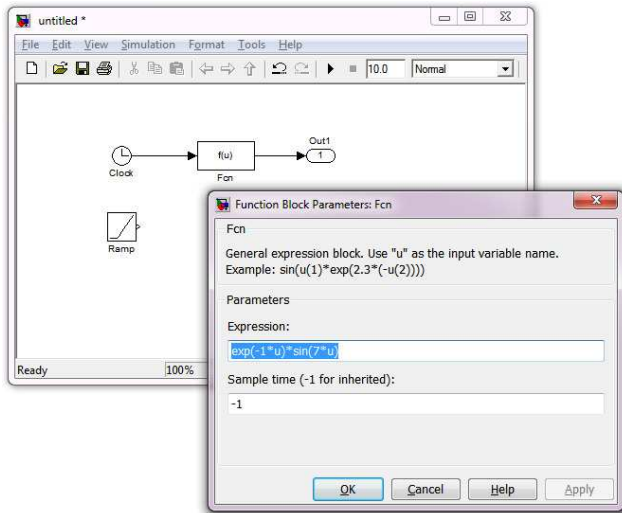
- comando: `fplot` e `print`

```
fplot('exp(-1*x)*sin(10*x)',[0 10])  
print -depsc2 figura.eps
```



Outros blocos úteis do Matlab

- bloco: `fcn`



- Seja a equação diferencial linear homogênea de segunda ordem:

$$\ddot{y} + 11\dot{y} + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 9$$

A equação característica da equação é:

$$\lambda^2 + 11\lambda + 10 = 0, \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -10$$

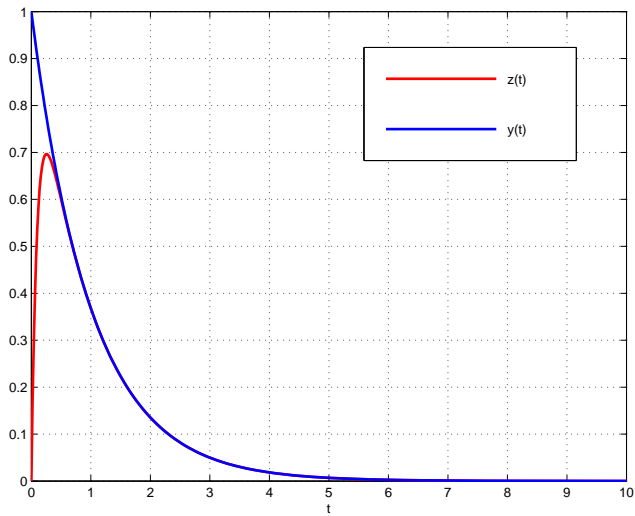
fornecendo a seguinte solução geral

$$y(t) = a \exp(-t) + b \exp(-10t)$$

em que a e b são os coeficientes a serem determinados. Usando as condições iniciais, determina-se $a = 1$, $b = -1$, produzindo a seguinte solução

$$y(t) = \exp(-t) - \exp(-10t)$$

Considere $z(t) = \exp(-t)$. A próxima figura mostra a representação gráfica de $y(t)$ e $z(t)$



- Linearidade em Sinais e Sistemas, I. S. Bonatti, A. Lopes, P. L. D. Peres & C. M. Agulhari, [Capítulo 14](#) e [Capítulo 15](#).
- Engenharia de Sistemas de Controle, Norman S. **Nise**, LTC - Livros Técnicos e Científicos. Capítulo 4 (Resposta no domínio do tempo)
- Engenharia de Controle Moderno, K. **Ogata**, Prentice-Hall do Brasil. Capítulo 2 (Transformada de Laplace) e Capítulo 3 (Modelagem matemática de sistemas dinâmicos)
- Feedback Control of Dynamic Systems, G. F. **Franklin**, J. D. **Powell** and A. **Emami-Naeini**, Prentice Hall. Capítulo 2 (Dynamic models) e Capítulo 3 (Dynamic Response).